2慣性系の駆動側と負荷側の制御入力および状態変数に着目した多入力多出力系に対するマルチレートフィードフォワード制御

前 匡鴻*，大西 亘，藤本 博志（東京大学）

MIMO Multirate Feedforward Control for Two-Inertia System focus on Control Inputs and State Variables of Motor Side and Load Side

Masahiro Mae*, Wataru Ohnishi, Hiroshi Fujimoto (The University of Tokyo)

Many industrial systems are modeled as a two-inertia system. The two-inertia system can be treated as a multi-input multi-output system. We use a multirate feedforward control for position control of the two-inertia system and achieve perfect tracking to state variables of both the motor and load sides.

キーワード：モーションコントロール，超精密位置決め制御，ディジタル制御，マルチレートフィードフォワード制御，2 慣性系，多入力多出力系
(motion control, high-precision positioning control, digital control, multirate feedforward control, two-inertia system, multi-input multi-output system)

1. 序論

ロボットアームや HDD のヘッドに代表される精密位置決め装置の多くは，駆動側と負荷側が弾性体で繋がった 2 慣性系としてモデリングされる。2 慣性系は，弾性体により生じる共振により制御が困難となるため，長年，モーションコントロールの分野において，2 慣性系の制振制御に関する多くの研究が行われている [1]。

近年，工作機械などの精密位置決め装置において，最終位置決め精度を向上させるために，駆動側の位置だけでなく負荷側の位置も測定できる機器が増加し，フルクローズド制御化が進んでいる [2, 3]。

一方，ロボットアームの関節機構などにおいて，図 1 のように負荷側にも小型のアクチュエータを付加することで，駆動側のアクチュエータのみで動作させる場合よりも高い制御性能を発揮できることが確認されている [4, 5]。

本稿では，2 慣性系を駆動側と負荷側にそれぞれアクチュエータとセンサを持つ 2 入力 2 出力系として扱い，多入力多出力系に対するマルチレートフィードフォワード制御を用いることで精密位置決めを達成する制御手法を提案する。また，シミュレーションにより，従来の制御手法との比較を行い，提案法の有効性を検証する。

2. 2 慣性系における駆動側と負荷側の状態変数を考慮した 2 入力 2 出力系モデリング

図 2 に 2 慣性系のブロック線図を示す。2 慣性系について，駆動側トルク τ_m と負荷側トルク τ_l を入力，駆動側角度 θ_m と負荷側角度 θ_l を出力とする，2 入力 2 出力系としてモデリングを行う。

駆動側の慣性モーメントと粘性摩擦係数をそれぞれ J_m，D_m，負荷側の慣性モーメントと粘性摩擦係数をそれぞれ J_l，

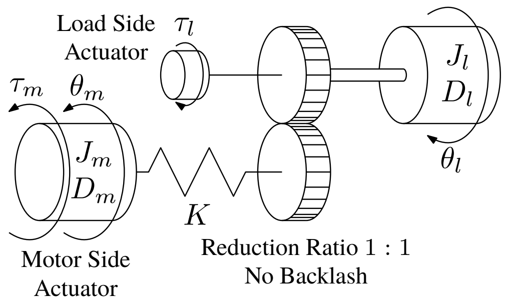


図 1　負荷側アクチュエータを持つ 2 慣性系のモデル
Fig. 1. Model of a two-inertia system with a load side actuator.

D_l，軸ねじれ剛性を K とすると，駆動側と負荷側の運動方程式はそれぞれ式 (1)，(2) のように表される。

$$J_m\ddot{\theta}_m + D_m\dot{\theta}_m = \tau_m - K(\theta_m - \theta_l) \cdots\cdots (1)$$

$$J_l\ddot{\theta}_l + D_l\dot{\theta}_l = \tau_l - K(\theta_l - \theta_m) \cdots\cdots (2)$$

式 (1)，(2) を $\ddot{\theta}_m$，$\ddot{\theta}_l$ についてそれぞれ整理することにより，状態方程式 (3) と出力方程式 (4) を得る。

$$\dot{\boldsymbol{x}}(t) = \boldsymbol{A}_c\boldsymbol{x}(t) + \boldsymbol{B}_c\boldsymbol{u}(t) \cdots\cdots (3)$$

$$\boldsymbol{y}(t) = \boldsymbol{C}_c\boldsymbol{x}(t) \cdots\cdots (4)$$

$$\boldsymbol{x}(t) = \begin{bmatrix} \theta_m(t) \\ \dot{\theta}_m(t) \\ \theta_l(t) \\ \dot{\theta}_l(t) \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{u}(t) = \begin{bmatrix} \tau_m(t) \\ \tau_l(t) \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{y}(t) = \begin{bmatrix} \theta_m(t) \\ \theta_l(t) \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{A}_c = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\frac{K}{J_m} & -\frac{D_m}{J_m} & \frac{K}{J_m} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ \frac{K}{J_l} & 0 & -\frac{K}{J_l} & -\frac{D_m}{J_l} \end{bmatrix}$$

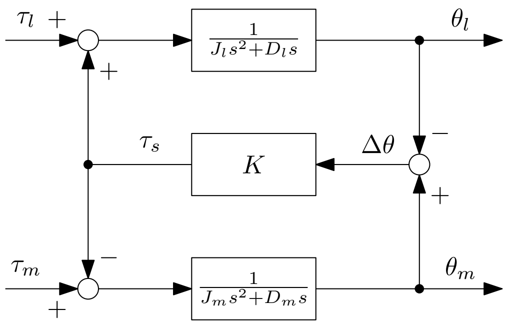


図 2　2 慣性系のブロック線図
Fig. 2.　Block diagram of two-inertia system.

$$\boldsymbol{B}_c = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \frac{1}{J_m} & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{J_l} \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{C}_c = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

この状態空間表現を用いる場合，$\boldsymbol{C}_c$ 行列の形から，出力 $\theta_m(t)$ と $\theta_l(t)$ が，それぞれ，状態変数 $\boldsymbol{x}(t)$ の 1 行目の要素と 3 行目の要素に対応しており，$\boldsymbol{A}_c$ 行列の形から，目標出力軌道とその微分値を用いて目標状態変数軌道を生成することができる。

一方，駆動側の運動方程式 (1) と負荷側の運動方程式 (2) から，伝達関数行列 $\boldsymbol{G}(s)$ を求めると，(5) のようになる。

$$\begin{bmatrix} \theta_m(s) \\ \theta_l(s) \end{bmatrix} = \boldsymbol{G}(s) \begin{bmatrix} \tau_m(s) \\ \tau_l(s) \end{bmatrix} \cdots\cdots (5)$$

$$\boldsymbol{G}(s) = \begin{bmatrix} g_{11}(s) & g_{12}(s) \\ g_{21}(s) & g_{22}(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{J_l s^2 + D_l s + K}{D(s)} & \frac{K}{D(s)} \\ \frac{K}{D(s)} & \frac{J_m s^2 + D_m s + K}{D(s)} \end{bmatrix}$$

$$D(s) = J_m J_l s^4 + (J_m D_l + J_l D_m) s^3 + \{(J_m + J_l)K + D_m D_l\} s^2 + (D_m + D_l) K s$$

3.　従来法：駆動側トルクから負荷側角度に対する 1 入力 1 出力のマルチレートフィードフォワードを用いた制振完全追従制御（VSPTC）

従来法では，駆動側トルク τ_m を入力，負荷側角度 θ_l を出力とする 1 入力 1 出力系を制御することを考える。この場合，フィードフォワード制御器として，駆動側トルク τ_m から負荷側角度 θ_l への伝達関数 $g_{21}(s)$ の逆系を設計する。本稿では，制振完全追従制御（Vibration Suppression Perfect Tracking Control: VSPTC）[6] を従来法として用いる。

〈3·1〉　制御対象の定義　　式 (5) より，伝達関数 g_{21} を可制御正準形で状態空間表現すると，状態方程式と出力方程式はそれぞれ式 (6)，(7) のようになる。

$$\dot{\boldsymbol{x}}_{21}(t) = \boldsymbol{A}_{21c}\boldsymbol{x}_{21}(t) + \boldsymbol{b}_{21c}u(t) \cdots\cdots (6)$$

$$y(t) = \boldsymbol{c}_{21c}\boldsymbol{x}_{21}(t) \cdots\cdots (7)$$

$$\boldsymbol{x}_{21}(t) = \begin{bmatrix} \theta_l(t) \\ \dot{\theta}_l(t) \\ \ddot{\theta}_l(t) \\ \dddot{\theta}_l(t) \end{bmatrix}, \quad u(t) = \tau_m(t), \quad y(t) = \theta_l(t)$$

$$\boldsymbol{A}_{21c} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -\frac{(D_m + D_l)K}{J_m J_l} & -\frac{(J_m + J_l)K + D_m D_l}{J_m J_l} & -\frac{J_m D_l + J_l D_m}{J_m J_l} \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{b}_{21c} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{K}{J_m J_l} \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{c}_{21c} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

この状態空間表現を用いる場合，$\boldsymbol{c}_{21c}$ 行列の形から，出力 $\theta_l(t)$ が，状態変数 $\boldsymbol{x}_{21}(t)$ の 1 行目の要素と対応しており，可制御正準形の $\boldsymbol{A}_c$ 行列の形から，状態変数がそれぞれ微分の関係となっているため，目標出力軌道とその微分値を用いて目標状態変数軌道を生成することができる。

〈3·2〉　零次ホールドを用いた制御対象の離散化　　状態方程式 (6) と出力方程式 (7) を，零次ホールドにより制御入力 $u(t)$ のホールド周期 T_u で離散化することで，離散時間の状態方程式 (8) と出力方程式 (9) を得る。

$$\boldsymbol{x}_{21}[k+1] = \boldsymbol{A}_{21s}\boldsymbol{x}_{21}[k] + \boldsymbol{b}_{21s}u[k] \cdots\cdots (8)$$

$$y[k] = \boldsymbol{c}_{21s}\boldsymbol{x}_{21}[s] \cdots\cdots (9)$$

ただし，制御入力 $u(t)$ のホールド周期を T_u とし，

$$\boldsymbol{A}_{21s} = e^{\boldsymbol{A}_{21c}T_u}, \quad \boldsymbol{b}_{21s} = \int_0^{T_u} e^{\boldsymbol{A}_{21c}\tau}\boldsymbol{b}_{21c}\mathrm{d}\tau, \quad \boldsymbol{c}_{21s} = \boldsymbol{c}_{21c}$$

とする。

〈3·3〉　目標状態変数軌道に追従する制御入力の生成　離散時間の状態方程式 (8) について，プラントの次数 $n = 4$ ステップ先の状態方程式を考え，リフティングした離散時間の状態方程式 (10) を得る。

$$\boldsymbol{x}_{21}[k+4] = \boldsymbol{A}_{21s}^4\boldsymbol{x}_{21}[k] + \begin{bmatrix} \boldsymbol{A}_{21s}^3\boldsymbol{b}_{21s} & \boldsymbol{A}_{21s}^2\boldsymbol{b}_{21s} & \boldsymbol{A}_{21s}\boldsymbol{b}_{21s} & \boldsymbol{b}_{21s} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u[k] \\ u[k+1] \\ u[k+2] \\ u[k+3] \end{bmatrix}$$

$$\Leftrightarrow \boldsymbol{x}_{21}[i+1] = \boldsymbol{A}_{21}\boldsymbol{x}_{21}[i] + \boldsymbol{B}_{21}\boldsymbol{u}[i] \cdots\cdots (10)$$

したがって，式 (10) より，目標状態変数軌道 $\boldsymbol{x}_{21d}[i+1]$ に完全追従させるための制御入力 $\boldsymbol{u}_{ff}[i]$ を式 (11) のように得る。

$$\boldsymbol{u}_{ff}[i] = \boldsymbol{B}_{21}^{-1}(\boldsymbol{I} - z^{-1}\boldsymbol{A}_{21})\boldsymbol{x}_{21}[i+1] \cdots\cdots (11)$$

ただし，フレーム周期 $T_f = nT_u = 4T_u$ とし，$z = e^{sT_f}$ とする。

4. 提案法：駆動側と負荷側を共に考慮した多入力多出力のマルチレートフィードフォワード制御を用いた完全追従制御

提案法では，駆動側トルク τ_m と負荷側トルク τ_l を入力，駆動側角度 θ_m と負荷側角度 θ_l を出力とする 2 入力 2 出力系を制御することを考える。この場合，フィードフォワード制御器として，駆動側トルク τ_m と負荷側トルク τ_l から駆動側角度 θ_m と負荷側角度 θ_l への伝達関数行列 $\boldsymbol{G}(s)$ の逆系を設計する。

〈4·1〉 制御対象の定義　m 入力 p 出力の n 次の MIMO 系において，連続時間の状態方程式 (12) と出力方程式 (13) が与えられたとする。

$$\dot{\boldsymbol{x}}(t) = \boldsymbol{A}_c\boldsymbol{x}(t) + \boldsymbol{B}_c\boldsymbol{u}(t) \quad \cdots\cdots (12)$$

$$\boldsymbol{y}(t) = \boldsymbol{C}_c\boldsymbol{x}(t) \quad \cdots\cdots (13)$$

$$\boldsymbol{B}_c = \begin{bmatrix}\boldsymbol{b}_{c1} & \cdots & \boldsymbol{b}_{cm}\end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{C}_c = \begin{bmatrix}\boldsymbol{c}_{c1} & \cdots & \boldsymbol{c}_{cp}\end{bmatrix}^{\mathsf{T}}$$

ただし，状態変数 $\boldsymbol{x}(t) \in \mathbb{R}^n$，入力 $\boldsymbol{u}(t) \in \mathbb{R}^m$，出力 $\boldsymbol{y}(t) \in \mathbb{R}^p$ とする。

〈4·2〉 一般化可制御性指数による $\boldsymbol{B}$ 行列の構成　式 (14) のように一般化可制御性指数（Generalized controllability indices）を定義する [7]。

〔Definition1〕（一般化可制御性指数）　$\boldsymbol{A}_c \in \mathbb{R}^{n\times n}, \boldsymbol{B}_c = [\boldsymbol{b}_{c1}, \cdots, \boldsymbol{b}_{cm}] \in \mathbb{R}^{n\times m}$ について，$(\boldsymbol{A}_c, \boldsymbol{B}_c)$ の一般化可制御性指数は式 (14) のように定義される，$(\boldsymbol{A}_c, \boldsymbol{B}_c)$ が可制御な場合，式 (14) の一般化可制御性指数の中から n 個の線形独立なベクトルを選ぶことができる。

$$\{\boldsymbol{b}_{c1}, \cdots, \boldsymbol{b}_{cm}, \boldsymbol{A}_c\boldsymbol{b}_{c1}, \cdots, \boldsymbol{A}_c\boldsymbol{b}_{cm}, \cdots, \boldsymbol{A}_c^{n-1}\boldsymbol{b}_{cm}\} \cdots (14)$$

このとき，φ をこれら n 個のベクトルの組とし，σ_l と N を次のように定める。

$$\sigma_l = \mathrm{number}\{k | \boldsymbol{A}_c^{k-1}\boldsymbol{b}_{cl} \in \varphi\} \quad \cdots\cdots (15)$$

$$\sum_{l=1}^{m} \sigma_l = n \quad \cdots\cdots (16)$$

$$N = \max(\sigma_l) \quad \cdots\cdots (17)$$

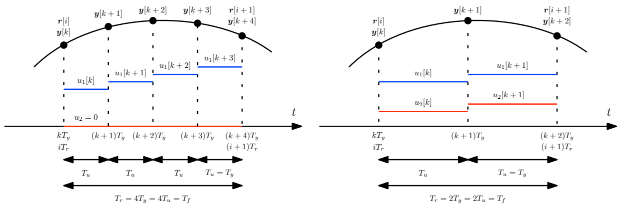
MIMO 系の場合，状態方程式をリフティングする際に，一般化可制御性指数の中から n 個のベクトルを選び，行がフルランクとなる $\boldsymbol{B}$ 行列を構成する。したがって，その選び方により設計されるフィードフォワード制御器が異なる形となる [7]。

本稿では，2 慣性系において，図 3(a) のように駆動側トルク τ_m のみを用いる場合と，図 3(b) のように駆動側トルク τ_m と負荷側トルク τ_l を共に用いる場合の，2 通りの制御器設計方法について扱う。図 3(a) と図 3(b) の場合の $\boldsymbol{B}$ 行列の構成方法は，それぞれ，式 (18)，(19) のようになる。

$$(\sigma_1, \sigma_2) = (4, 0) : \boldsymbol{B} = \begin{bmatrix}\boldsymbol{A}_s^3\boldsymbol{b}_{s1} & \boldsymbol{A}_s^2\boldsymbol{b}_{s1} & \boldsymbol{A}_s\boldsymbol{b}_{s1} & \boldsymbol{b}_{s1}\end{bmatrix} (18)$$

$$(\sigma_1, \sigma_2) = (2, 2) : \boldsymbol{B} = \begin{bmatrix}\boldsymbol{A}_s\boldsymbol{b}_{s1} & \boldsymbol{b}_{s1} & \boldsymbol{A}_s\boldsymbol{b}_{s2} & \boldsymbol{b}_{s2}\end{bmatrix} \cdots (19)$$

ただし，制御入力 $u(t)$ のホールド周期を T_u とし，



(a) $(\sigma_1, \sigma_2) = (4, 0)$　　(b) $(\sigma_1, \sigma_2) = (2, 2)$

図 3　等間隔の多入力多出力マルチレートサンプリング制御
Fig. 3.　MIMO multirate sampling control at the same interval.

$$\boldsymbol{A}_s = e^{\boldsymbol{A}_c T_u}, \quad \boldsymbol{B}_s = \begin{bmatrix}\boldsymbol{b}_{s1} & \cdots & \boldsymbol{b}_{sm}\end{bmatrix} = \int_0^{T_u} e^{\boldsymbol{A}_c\tau}\boldsymbol{B}_c \mathrm{d}\tau$$

とする。

〈4·3〉 目標状態変数軌道に追従する制御入力の生成　リフティングした状態方程式 (20) から式 (21) のように完全追従制御を達成するための制御入力 $\boldsymbol{u}_{ff}[i]$ を得る。

$$\boldsymbol{x}[i+1] = \boldsymbol{A}\boldsymbol{x}[i] + \boldsymbol{B}\boldsymbol{u}[i] \quad \cdots\cdots (20)$$

$$\boldsymbol{u}_{ff}[i] = \boldsymbol{B}^{-1}(\boldsymbol{I} - z^{-1}\boldsymbol{A})\boldsymbol{x}[i+1] \quad \cdots\cdots (21)$$

ただし，式 (20)，(21) において $\boldsymbol{A}$，$\boldsymbol{x}[i]$，$\boldsymbol{u}[i]$，z は次のように定義される。ただし，T_r は目標軌道 $r(t)$ のサンプリング周期，T_y は出力 $y(t)$ のサンプリング周期，T_u は制御入力 $u(t)$ のホールド周期を表す。また，T_r と T_y のうち長い周期をフレーム周期 T_f とする。

$$\boldsymbol{A} = e^{\boldsymbol{A}_c T_f}, \quad \boldsymbol{x}[i] = \boldsymbol{x}(iT_f), \quad z = e^{sT_f}, \quad T_f = NT_u$$

$$\boldsymbol{u}[i] = \begin{bmatrix}\boldsymbol{u}_1[i] & \cdots & \boldsymbol{u}_m[i]\end{bmatrix}^{\mathsf{T}}$$

$$= \begin{bmatrix}u_{11}[i] & \cdots & u_{1\sigma_1}[i] & u_{21}[i] & \cdots & u_{m\sigma_m}[i]\end{bmatrix}^{\mathsf{T}}$$

制御系のブロック線図を図 4 に示す。L は離散時間リフティングオペレータ [8] であり，L^{-1} は周期 T_r ごとに入力される n 次元ベクトル $\boldsymbol{u}_{ff}[i]$ を $T_u = T_r/n$ ごとに第 1 要素から第 n 要素まで順に出力する。z，z_s はそれぞれ e^{sT_r}，e^{sT_u} を意味する。また，$\boldsymbol{C}_{fb}$ はモデル化誤差を打ち消すフィードバック制御器としてはたらく。

〈4·4〉 負荷側の目標出力軌道に対する駆動側の目標出力軌道の設計　2 慣性系の制御対象を扱う場合，主に負荷側角度 θ_l に関心がある場合が多い。その際に，2 入力 2 出力のフィードフォワード制御器を用いる場合，フィードフォワード制御器には駆動側角度指令値 θ_m^{ref} と負荷側角度指令値 θ_l^{ref} をそれぞれ目標出力軌道として与えるため，駆動側角度指令値 θ_m^{ref} に自由度があることがわかる。

本稿では，自由度のある駆動側角度指令値 θ_m^{ref} として，次の Case 1 から Case 3 の 3 通りの指令値を提案する。

Case 1:　$\theta_m^{\mathrm{ref}}(t) = \theta_l^{\mathrm{ref}}(t)$

軸ねじれ角を最小とするように，負荷側角度指令値 θ_l^{ref} と同じ軌道を駆動側角度指令値 θ_m^{ref} に与える。

Case 2:　$\theta_m^{\mathrm{ref}}(t) = \mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{g_{11}(s)+g_{21}(s)}{2g_{21}(s)}\right\}\theta_l^{\mathrm{ref}}(t)$

軸ねじれ角を最小とする軌道（Case 1）と負荷側角度の

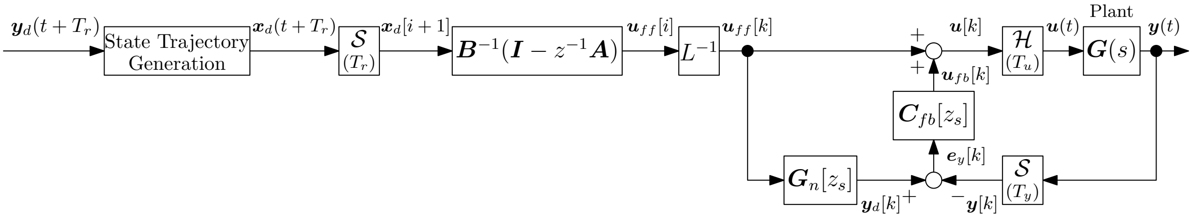


図 4　制御器とプラントのブロック線図：目標状態変数軌道生成，マルチレートフィードフォワード制御器，シングルレートフィードバック制御器から構成される。$\mathcal{S}$，$\mathcal{H}$，L は，それぞれ，サンプラ，ホールダ，リフティングオペレータ [8] を表す。z と z_s は，それぞれ，e^{sT_r} と e^{sT_u} を表す。

Fig. 4. Block diagram of controllers and a plant: a state trajectory generation, a multirate feedforward controller, and a singlerate feedback controller. $\mathcal{S}$, $\mathcal{H}$, and L denote a sampler, holder, and lifting operator [8], respectively, z and z_s denote e^{sT_r} and e^{sT_u}, respectively.

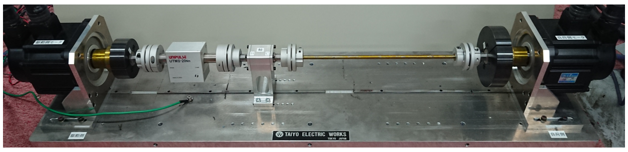


図 5　2 慣性系モータベンチの写真

Fig. 5. Photograph of the two-inertia system motor bench.

表 1　2 慣性系モータベンチのパラメータ

Table 1. Parameters of two-inertia system motor bench.

J_m	1.03×10^{-3} kgm^2	J_l	0.870×10^{-3} kgm^2
D_m	8.00×10^{-3} Nms/rad	D_l	1.71×10^{-3} Nms/rad
K	99.0 Nm/rad		

みを制御目標とした場合の軌道（Case 3）を平均して駆動側角度指令値 θ_m^{ref} に与える。

Case 3:　$\theta_m^{\mathrm{ref}}(t) = \mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{g_{11}(s)}{g_{21}(s)}\right\}\theta_l^{\mathrm{ref}}(t)$

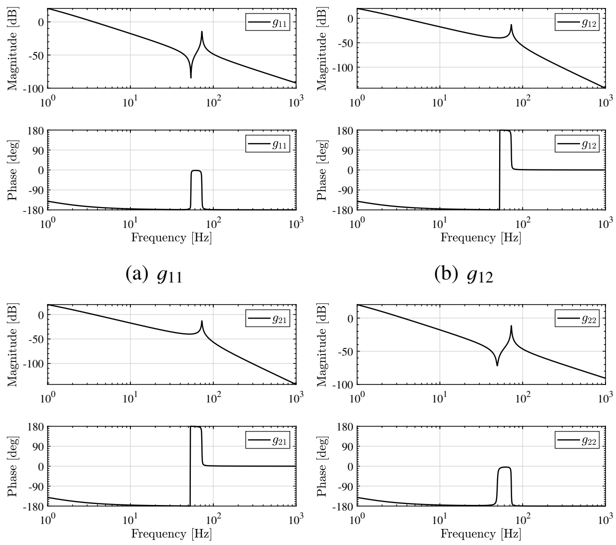
負荷側角度のみを制御目標とした場合の制御対象の振る舞いを逆算して駆動側角度指令値 θ_m^{ref} に与える。

ただし，$\mathcal{L}^{-1}$ はラプラス逆変換を表し，畳み込みフィルタが非プロパーな場合は，$\theta_l^{\mathrm{ref}}(t)$ の微分値を用いて畳み込み計算を行う。

5.　シミュレーションによる検証

〈5·1〉　シミュレーション条件　　本稿では，図 5 に示す，2 慣性系モータベンチの実験装置を想定したシミュレーションを行う。この実験装置は，駆動側と負荷側にトルクを入力でき，駆動側と負荷側の角度を両端に備わる 20 bit の高分解能エンコーダにより測定することのできる，対向型のモータベンチとなっている。2 慣性系モータベンチの実験装置の実際のパラメータを表 1 に示す。このパラメータを用いた場合の，プラントのボード線図を図 6 に示す。

負荷側角度の指令値 θ_l^{ref} を 0 から 8 ms で 0 から 1 mrad に遷移する 7 次の多項式軌道とする。制御入力 $u(t)$ のホールド周期は $T_u = 400\,\mu\mathrm{s}$ とする。また本稿では，ノミナルプラ



(a) g_{11}　(b) g_{12}　(c) g_{21}　(d) g_{22}

図 6　2 慣性系モータベンチの周波数応答

Fig. 6. Frequency responses of two-inertia system motor bench.

ントに対して外乱の無い場合のシミュレーションを行うため，ノミナル化誤差と外乱を抑圧するためのフィードバック制御器は用いず，図 4 において $\boldsymbol{C}_{fb} = 0$ とする。

提案法において，図 3(a) のように，駆動側のアクチュエータのみを用いる設計と，図 3(b) のように，駆動側と負荷側のアクチュエータを共に用いる設計の，2 種類の制御器設計方法についてシミュレーションを行う。また，図 7 に示すように，駆動側角度の指令値 θ_m^{ref} を Case 1 から Case 3 の 3 通りで与え，従来法との比較を行う。

〈5·2〉　シミュレーション結果

〈5·2·1〉　駆動側の制御入力のみを用いる場合　　提案法において，駆動側トルク τ_m のみを用いた場合のシミュレーション結果を図 8 に示す。図 8(c) より，Case 1 と Case 2 の場合は，Case 3 の駆動側角度指令値を中心として，振

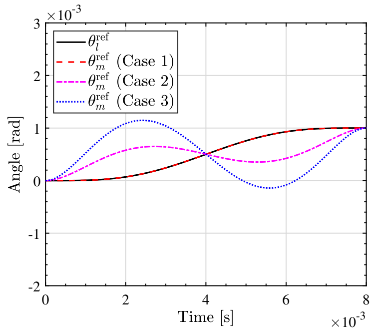
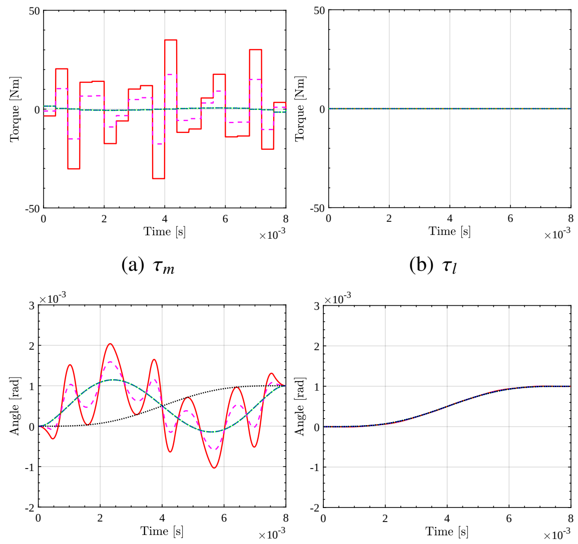


図 7　目標出力軌道：負荷側角度指令値 θ_l^{ref} と Case 1，2，3 における駆動側角度指令値 θ_l^{ref}

Fig. 7.　Desired output trajectory: load side angle reference θ_l^{ref} and motor side angle reference θ_l^{ref} in Case 1, 2, and 3.



(a) τ_m　(b) τ_l

(c) θ_m　(d) θ_l

図 8　$(\sigma_1, \sigma_2) = (4, 0)$ の場合：Case 1 (▬▬)，Case 2 (▬ ▬ ▬)，Case 3 (▬·▬·)，VSPTC：(▪▪▪▪)，指令値 (▪▪▪▪)

Fig. 8.　$(\sigma_1, \sigma_2) = (4, 0)$: Case 1 (▬▬), Case 2 (▬ ▬ ▬), Case 3 (▬·▬·), VSPTC (▪▪▪▪), and Reference (▪▪▪▪).

動的な出力となることが確認できる。また，負荷側角度誤差 e_{θ_l} を図 9 に示す。図 9 より，駆動側の制御入力のみを用いる場合は，提案法の Case 3 が負荷側角度誤差を最も小さくすることが確認できる。駆動側トルク τ_m，負荷側トルク τ_l，軸ねじれ角 $\Delta\theta$，負荷側角度誤差 e_{θ_l} の二乗平均平方根と絶対値の最大値を表 2 に示す。表 2 より，提案法の Case 3 の制御手法が従来法の VSPTC と等しいことが確認できる。

以上の考察より，駆動側トルク τ_m のみを用いて負荷側角度 θ_l を制御する場合は，提案法の Case 3 が優れており，この制御手法は，従来法の VSPTC と等しいことがわかる。

〈5·2·2〉　駆動側と負荷側の制御入力を共に用いる場合

提案法において，駆動側トルク τ_m と負荷側トルク τ_l を共に用いた場合のシミュレーション結果を図 10 に示す。図 10(b) より，提案法において，特に Case 3 において，負荷側

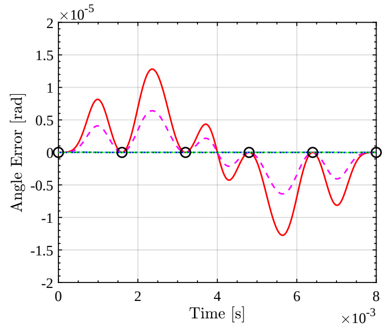


図 9　$(\sigma_1, \sigma_2) = (4, 0)$ の場合における負荷側角度誤差 e_{θ_l}：Case 1 (▬▬)，Case 2 (▬ ▬ ▬)，Case 3 (▬·▬·)，VSPTC (▪▪▪▪)，ただし，∘ は $4T_u$ ごとのサンプリング点を表す。

Fig. 9.　Load side angle error e_{θ_l} in $(\sigma_1, \sigma_2) = (4, 0)$: Case 1 (▬▬), Case 2 (▬ ▬ ▬), Case 3 (▬·▬·), VSPTC (▪▪▪▪). ∘ is sampling point at every $4T_u$.

トルク τ_l は駆動側トルク τ_m と比較して小さいことが確認できる。これは，負荷側に大きなアクチュエータを取り付けられないような制約条件に適していることがわかる。また，負荷側角度誤差 e_{θ_l} を図 11 に示す。図 11 より，駆動側と負荷側の制御入力を共に用いる場合は，提案法の Case 3 が負荷側角度誤差を最も小さくすることが確認できる。駆動側トルク τ_m，負荷側トルク τ_l，軸ねじれ角 $\Delta\theta$，負荷側角度誤差 e_{θ_l} の二乗平均平方根と絶対値の最大値を表 3 に示す。表 3 より，提案法の Case 1 において，軸ねじれ角を最も低減できていることが確認できる。

以上の考察より，駆動側トルク τ_m と負荷側トルク τ_l を共に用いて制御を行う場合，負荷側角度 θ_l のみに関心がある際は提案法の Case 3 が優れており，軸ねじれ角にも関心がある場合は提案法の Case 1 が優れていることがわかる。

6.　結論

本稿では，駆動側と負荷側が弾性体で接続されている 2 慣性系について，駆動側と負荷側にそれぞれアクチュエータとセンサを持つ 2 入力 2 出力系として扱い，多入力多出力系に対するマルチレートフィードフォワード制御を用いることで精密位置決めを達成する制御手法を提案した。駆動側の目標出力軌道に関して自由度があることに言及し，その内の 1 つの場合が，駆動側トルクから負荷側角度を 1 入力 1 出力系として完全追従させる従来法である VSPTC と等しいことがシミュレーションにより確認された。また，負荷側にもアクチュエータが存在し，駆動側と負荷側の制御入力を共に用いる場合は，駆動側の目標出力軌道の自由度を活用することにより，従来法の VSPTC よりも追従誤差を低減することや，軸ねじれ角を小さくすることができることがシミュレーションにより確認された。実際の 2 慣性系モータベンチを用いた実験による検証，および，駆動側の目標出力軌道の自由度に関する理論的な考察が今後の研究課題である。

表 2　$(\sigma_1, \sigma_2) = (4, 0)$ の場合の，駆動側トルク τ_m，負荷側トルク τ_l，軸ねじれ角 $\Delta\theta$，負荷側角度誤差 e_{θ_l} の二乗平均平方根と絶対値の最大値

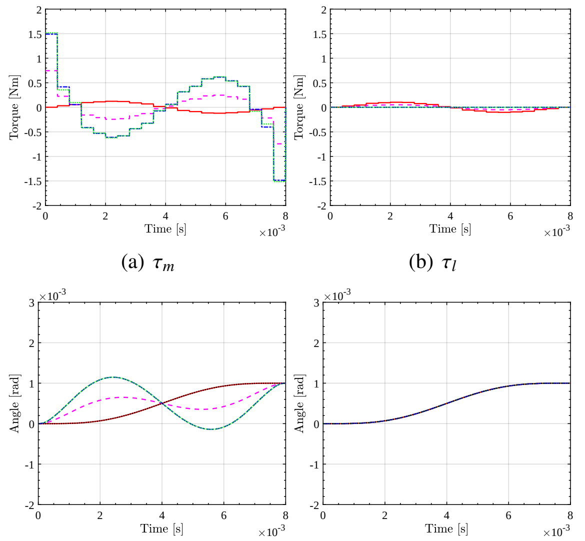
Table 2.　Root mean square and maximum absolute value of τ_m, τ_l, $\Delta\theta$ and e_{θ_l} in $(\sigma_1, \sigma_2) = (4, 0)$.

Case	RMS(τ_m)	MAX($\lvert\tau_m\rvert$)	RMS(τ_l)	MAX($\lvert\tau_l\rvert$)	RMS($\Delta\theta$)	MAX($\Delta\theta$)	RMS(e_{θ_l})	MAX($\lvert e_{\theta_l}\rvert$)
Case 1	18.8	35.1	0	0	9.30×10^{-4}	1.94×10^{-3}	5.77×10^{-6}	1.28×10^{-5}
Case 2	9.38	17.6	0	0	7.65×10^{-4}	1.49×10^{-3}	2.89×10^{-6}	6.41×10^{-6}
Case 3	6.25×10^{-1}	1.52	0	0	6.93×10^{-4}	1.03×10^{-3}	8.05×10^{-9}	2.64×10^{-8}
VSPTC	6.25×10^{-1}	1.52	0	0	6.93×10^{-4}	1.03×10^{-3}	8.05×10^{-9}	2.64×10^{-8}

表 3　$(\sigma_1, \sigma_2) = (2, 2)$ の場合の，駆動側トルク τ_m，負荷側トルク τ_l，軸ねじれ角 $\Delta\theta$，負荷側角度誤差 e_{θ_l} の二乗平均平方根と絶対値の最大値

Table 3.　Root mean square and maximum absolute value of τ_m, τ_l, $\Delta\theta$ and e_{θ_l} in $(\sigma_1, \sigma_2) = (2, 2)$.

Case	RMS(τ_m)	MAX($\lvert\tau_m\rvert$)	RMS(τ_l)	MAX($\lvert\tau_l\rvert$)	RMS($\Delta\theta$)	MAX($\Delta\theta$)	RMS(e_{θ_l})	MAX($\lvert e_{\theta_l}\rvert$)
Case 1	8.17×10^{-2}	1.23×10^{-1}	6.90×10^{-2}	1.03×10^{-1}	5.69×10^{-10}	1.24×10^{-9}	8.16×10^{-8}	1.75×10^{-7}
Case 2	2.89×10^{-1}	7.46×10^{-1}	3.45×10^{-2}	5.15×10^{-2}	3.46×10^{-4}	5.17×10^{-4}	4.12×10^{-8}	8.88×10^{-8}
Case 3	6.21×10^{-1}	1.49	8.93×10^{-5}	2.38×10^{-4}	6.93×10^{-4}	1.03×10^{-3}	6.90×10^{-9}	1.77×10^{-8}
VSPTC	6.25×10^{-1}	1.52	0	0	6.93×10^{-4}	1.03×10^{-3}	8.05×10^{-9}	2.64×10^{-8}



(a) τ_m　(b) τ_l

(c) θ_m　(d) θ_l

図 10　$(\sigma_1, \sigma_2) = (2, 2)$ の場合：Case 1 ( )，Case 2 ( )，Case 3 ( )，VSPTC ( )，指令値 ( )

Fig. 10.　$(\sigma_1, \sigma_2) = (2, 2)$: Case 1 ( ), Case 2 ( ), Case 3 ( ), VSPTC ( ), and Reference ( ).

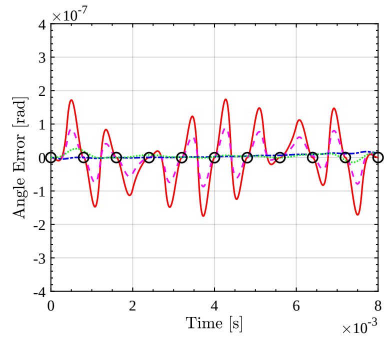


図 11　$(\sigma_1, \sigma_2) = (2, 2)$ の場合における負荷側角度誤差 e_{θ_l}：Case 1 ( )，Case 2 ( )，Case 3 ( )，VSPTC ( )，ただし，∘ は $2T_u$ ごとのサンプリング点を表す。

Fig. 11.　Load side angle error e_{θ_l} in $(\sigma_1, \sigma_2) = (2, 2)$: Case 1 ( ), Case 2 ( ), Case 3 ( ), VSPTC ( ). ∘ is sampling point at every $2T_u$.

文　　献

（1） S. Katsura and K. Ohnishi, “Force Servoing by Flexible Manipulator Based on Resonance Ratio Control,” *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 54, no. 1, pp. 539–547, feb 2007.

（2） K. Sakata, H. Asaumi, K. Hirachi, K. Saiki, and H. Fujimoto, “Self Resonance Cancellation Techniques for a Two-Mass System and Its Application to a Large-Scale Stage,” *IEEJ Journal of Industry Applications*, vol. 3, no. 6, pp. 455–462, 2014.

（3） S. Yamada and H. Fujimoto, “Precise Joint Torque Control Method for Two-inertia System with Backlash Using Load-side Encoder,” *IEEJ Journal of Industry Applications*, vol. 8, no. 1, pp. 75–83, jan 2019.

（4） M. Zinn, B. Roth, O. Khatib, and J. K. Salisbury, “A New Actuation Approach for Human Friendly Robot Design,” *The International Journal of Robotics Research*, vol. 23, no. 4-5, pp. 379–398, apr 2004.

（5） K. Inukai, H. Fujimoto, and T. Takahashi, “Frequency Separation Actuation Resonance Cancellation for vibration suppression control of two-inertia system using double motors,” in *2014 IEEE 13th International Workshop on Advanced Motion Control (AMC)*.　IEEE, mar 2014, pp. 699–704.

（6） K. Fukushima and H. Fujimoto, “Vibration Suppression PTC of Hard Disk Drives with Multirate Feedback Control,” in *2007 American Control Conference*.　IEEE, jul 2007, pp. 55–60.

（7） H. Fujimoto, “General Framework of Multirate Sampling Control and Applications to Motion Control Systems,” *Doctoral Dissertation*, 2000.

（8） T. Chen and B. A. Francis, *Optimal Sampled-Data Control Systems*.　London: Springer London, 1995.