2慣性系に対するモード正準形に基づくマルチレート フィードフォワード制御における指令値に合わせたモード選択の検討

前 匡鴻*，大西 亘，藤本 博志（東京大学）

Study on Mode Selection depending on Reference Signal in Multirate Feedforward Control based on Modal Form with Application to Two-Inertia System

Masahiro Mae*, Wataru Ohnishi, Hiroshi Fujimoto (The University of Tokyo)

Multirate feedforward control achieves perfect tracking control in longer sampling periods when the plant model becomes higher order. Therefore, multirate feedforward control based on the modal form is proposed and has a degree of freedom with mode selection. The relationship between the reference signal and the mode selection with application to a two inertial system is considered.

キーワード：マルチレートフィードフォワード制御，モード正準形，サンプル点間応答，完全追従制御，2 慣性系，位置制御
(multirate feedforward control, modal form, intersample behavior, perfect tracking control, two inertia system, position control)

1. 序論

制御対象のモデルの逆系に基づくフィードフォワード制御は，半導体や液晶パネルの製造に用いられる露光装置の精密位置決めステージ [1]，原子間力顕微鏡 [2]，ハードディスクドライブ [3]，など様々な制御対象の精密位置決め制御に広く用いられている。制御対象のモデルが不安定零点を持つ場合，その逆系として設計されるフィードフォワード制御器は不安定極を持ち，フィードフォワード制御器から生成される制御入力が振動，発散するという問題がある。制御対象のモデルが連続時間系の零点である真性不安定零点を持たない場合であっても，多くの機械系・電気系の制御対象のように，相対次数が 2 次以上の制御対象においては，離散化された制御対象のモデルは離散化によって発生する離散化不安定零点を持つことが知られている [4]。離散化不安定零点は z 平面の $z = -1$ の周りに発生するため，その逆系として設計されるフィードフォワード制御器から生成される制御入力が振動，発散する。

不安定零点に対する安定逆系を設計するために，Zero Phase Error Tracking Control（ZPETC）[5]，Zero Magnitude Error Tracking Control（ZMETC）[6]，Nonminimum-Phase Zeros Ignore（NPZ-Ignore）[7] など，様々な近似逆系の設計手法が提案されている。しかし，これらの近似逆系を用いた制御手法では，理論上，完全追従制御 [5] を達成することはできない。

離散化不安定零点の問題を解決し，完全追従制御を達成する制御手法として，マルチレートフィードフォワード制御 [8] が提案されている。マルチレートフィードフォワード制御では，n 次の制御対象に対して，n サンプルごとに目標状態変数軌道への完全追従制御を達成する。離散時間安定逆系 [9,10] の設計手法も提案されているが，真性不安定零点と離散化不安定零点を一緒に扱ってしまうため，完全追従制御を達成するために，真性不安定零点を持たない制御対象のモデルに対しても，負時間の制御入力を発生してしまうという欠点を持つ。マルチレートフィードフォワード制御では，真性不安定零点と離散化不安定零点の問題に別々に対処し，その問題を解決しているという利点を持つ [11]。

制御対象のより詳細な高次のモデルを用いることは，その逆系に基づくフィードフォワード制御の性能を向上させる。一方で，マルチレートフィードフォワード制御は，n 次の制御対象に対して，n サンプルごとに目標状態変数軌道への完全追従制御を達成することから，完全追従制御を達成する状態変数の数と，完全追従制御を達成するサンプリング点の間隔にトレードオフが存在する。これは最短時間デッドビート制御でも同様の問題が確認されている [12]。

この問題を解決するために，モード正準形に基づくマルチレートフィードフォワード制御 [13] が提案されている。この手法では，選択したモードの状態変数に対して完全追従制御を達成することで，完全追従制御を達成するサンプリング点の間隔の問題を解決し，従来の可制御正準形に基づくマルチレートフィードフォワード制御よりも連続時間追従誤差を低減することが確認されている。一方で，どのモードの状態変数を選択し，完全追従制御を達成させるべきかについては，十分な議論がなされていなかった。本研究では，モードの選び方と指令値の関係性について，2 慣性系を制御対象としたシミュレーションによる比較検討を行う。

2. 問題設定

問題設定のブロック線図を図 1 に示す。目標出力軌道

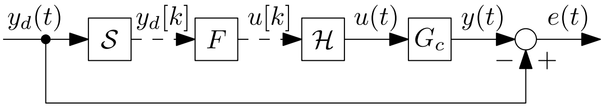


図 1　軌道追従制御のブロック線図。連続時間システム G_c は離散時間制御器 F，サンプラ $\mathcal{S}$，ホールダ $\mathcal{H}$ により制御される。連続時間追従誤差 $e(t)$ を最小化することを目的とする。

Fig. 1.　Block diagram of tracking control. The continuous-time system G_c is controlled by the discrete-time controller F with sampler $\mathcal{S}$ and holder $\mathcal{H}$. The objective is to minimize the continuous-time error $e(t)$.

$y_d(t) \in \mathbb{R}$，制御入力 $u(t) \in \mathbb{R}$，出力 $y(t) \in \mathbb{R}$，離散時間制御器 F，サンプラ $\mathcal{S}$，零次ホールド $\mathcal{H}$ とする。n 次の連続時間線形時不変システム G_c を式 (1) のように定義する。

$$G_c(s) = \frac{B(s)}{A(s)} = \frac{b_m s^m + \cdots + b_1 s + b_0}{s^n + a_{n-1}s^{n-1} + \cdots + a_1 s + a_0} \quad \cdots\cdots\cdots (1)$$

ただし，$n > m$，$b_0 \neq 0$ とし，G_c は安定な最小位相系で真性不安定零点を持たないものとする。$y_d(t)$ は事前に与えられているものとし，連続時間追従誤差 $e(t)$ を減少させることを目的とする。

3. 可制御正準形に基づく状態変数軌道生成

制御系全体のブロック線図を図 2 に示す。マルチレートフィードフォワード制御は，目標状態変数軌道 $\boldsymbol{x}_d$ に対して指令値のサンプリング周期ごとに完全追従制御 [5] を達成する。可制御正準形に基づき，目標出力軌道 y_d から目標状態変数軌道 $\boldsymbol{x}_d$ を生成する。

式 (1) の制御対象 G_c の可制御正準形の状態方程式と出力方程式はそれぞれ式 (2) と式 (3) のように表される。

$$\dot{\boldsymbol{x}}_{ccf}(t) = \boldsymbol{A}_{c,ccf}\boldsymbol{x}_{ccf}(t) + \boldsymbol{b}_{c,ccf}u(t) \quad \cdots\cdots (2)$$

$$y(t) = \boldsymbol{c}_{c,ccf}\boldsymbol{x}_{ccf}(t) \quad \cdots\cdots (3)$$

ただし，$\boldsymbol{x}_{ccf}$，$\boldsymbol{A}_{c,ccf}$，$\boldsymbol{b}_{c,ccf}$，$\boldsymbol{c}_{c,ccf}$ は次の通り。

$$\boldsymbol{x}_{ccf}(t) = \begin{bmatrix} x_{0,ccf}(t) & x_{1,ccf}(t) & \cdots & x_{n-1,ccf}(t) \end{bmatrix}^\mathsf{T} \quad \cdots\cdots (4)$$

$$\left[\begin{array}{c|c} \boldsymbol{A}_{c,ccf} & \boldsymbol{b}_{c,ccf} \\ \hline \boldsymbol{c}_{c,ccf} & 0 \end{array}\right] = \left[\begin{array}{cccccc|c} 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 & & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 & & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 & & 0 \\ -a_0 & -a_1 & -a_2 & \cdots & -a_{n-1} & & b_0 \\ \hline 1 & \frac{b_1}{b_0} & \frac{b_2}{b_0} & \cdots & 0 & & 0 \end{array}\right] \quad \cdots\cdots (5)$$

目標出力軌道 y_d は $n-1$ 回微分可能とし，$\boldsymbol{y}_d$ を式 (6) のように定義する。

$$\boldsymbol{y}_d(t) = \begin{bmatrix} 1 & \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} & \cdots & \frac{\mathrm{d}^{n-1}}{\mathrm{d}t^{n-1}} \end{bmatrix}^\mathsf{T} y_d(t) \quad \cdots\cdots (6)$$

目標状態変数軌道 $\boldsymbol{x}_{d,ccf}$ は式 (7) より生成される。

$$\boldsymbol{x}_{d,ccf}(t) = \mathcal{L}^{-1}\left[\frac{1}{B(s)}\boldsymbol{y}_d(s)\right] \quad \cdots\cdots (7)$$

ただし，$\mathcal{L}^{-1}(\cdot)$ 逆片側ラプラス変換を表す [15]。

4. モード正準形に基づくマルチレートフィードフォワード制御

〈4·1〉 モード正準形への状態変数変換　　制御対象 G_c は，式 (8) のように 2 次のモードの和の形に分解される。

$$G_c(s) = \sum_{l=1}^{n_{mod}} \frac{b_{1,l}s + b_{0,l}}{s^2 + a_{1,l}s + a_{0,l}} \quad \cdots\cdots (8)$$

ただし，n_{mod} はモードの総数，l はモードの番号をそれぞれ示す。本研究において，G_c は機械系を仮定し，2 次の剛体モードと複数の 2 次の共振モードで構成され，制御対象の次数 n は偶数，$n_{mod} = n/2$ とする。

式 (8) の各モードを可制御正準形で表すと，状態方程式と出力方程式はそれぞれ式 (9) と式 (10) のように表される。

$$\dot{\boldsymbol{x}}_{mod}(t) = \boldsymbol{A}_{c,mod}\boldsymbol{x}_{mod}(t) + \boldsymbol{b}_{c,mod}u(t) \quad \cdots\cdots (9)$$

$$y(t) = \boldsymbol{c}_{c,mod}\boldsymbol{x}_{mod}(t) \quad \cdots\cdots (10)$$

ただし，$\boldsymbol{x}_{mod}$，$\boldsymbol{A}_{c,mod}$，$\boldsymbol{b}_{c,mod}$，$\boldsymbol{c}_{c,mod}$ は次の通り。

$$\boldsymbol{x}_{mod}(t) = \begin{bmatrix} x_{0,mod}(t) & x_{1,mod}(t) & \cdots & x_{n-1,mod}(t) \end{bmatrix}^\mathsf{T} \quad (11)$$

$$\left[\begin{array}{c|c} \boldsymbol{A}_{c,mod} & \boldsymbol{b}_{c,mod} \\ \hline \boldsymbol{c}_{c,mod} & 0 \end{array}\right] = \left[\begin{array}{cccc|c} \boldsymbol{A}_{c,mod,1} & & & \boldsymbol{O} & \boldsymbol{b}_{c,mod,1} \\ & \boldsymbol{A}_{c,mod,2} & & & \boldsymbol{b}_{c,mod,2} \\ & & \ddots & & \vdots \\ \boldsymbol{O} & & & \boldsymbol{A}_{c,mod,n_{mod}} & \boldsymbol{b}_{c,mod,n_{mod}} \\ \hline \boldsymbol{c}_{c,mod,1} & \boldsymbol{c}_{c,mod,2} & \cdots & \boldsymbol{c}_{c,mod,n_{mod}} & 0 \end{array}\right] \quad \cdots\cdots (12)$$

$$\left[\begin{array}{c|c} \boldsymbol{A}_{c,mod,l} & \boldsymbol{b}_{c,mod,l} \\ \hline \boldsymbol{c}_{c,mod,l} & 0 \end{array}\right] = \left[\begin{array}{cc|c} 0 & 1 & 0 \\ -a_{0,l} & -a_{1,l} & b_{0,l} \\ \hline 1 & \frac{b_{1,l}}{b_{0,l}} & 0 \end{array}\right] \quad \cdots\cdots (13)$$

可制御正準形からモード正準形への状態変数変換行列 T は式 (14) のように求められる。

$$\boldsymbol{T} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{b}_{c,mod} & \boldsymbol{A}_{c,mod}\boldsymbol{b}_{c,mod} & \cdots & \boldsymbol{A}_{c,mod}^{(n_{mod}-1)}\boldsymbol{b}_{c,mod} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{a_1}{b_0} & \cdots & \frac{a_{n-1}}{b_0} & \frac{1}{b_0} \\ \vdots & ⋰ & ⋰ & \\ \frac{a_{n-1}}{b_0} & \frac{1}{b_0} & & \\ \frac{1}{b_0} & & & \boldsymbol{O} \end{bmatrix} \quad \cdots\cdots (14)$$

モード正準形における目標状態変数軌道は式 (15) のように求められる。

$$\boldsymbol{x}_{d,mod}(t) = \boldsymbol{T}\boldsymbol{x}_{d,ccf}(t) \quad \cdots\cdots (15)$$

〈4·2〉 モード選択　　式 (12) の状態空間表現において，各モードは非干渉化されている。したがって，フィードフォワード入力は選択したモードに対してそれぞれ設計することができる。

モード選択行列 $\boldsymbol{M}_\mu$ は次のように定義される。

$$\boldsymbol{M}_\mu = \mathrm{diag}\{\boldsymbol{M}_l\} \quad (l = 1, \ldots, n_{mod}) \quad \cdots\cdots (16)$$

$$\boldsymbol{M}_l = \begin{cases} \boldsymbol{I}_{(2,2)} & \text{(selected mode)} \\ \boldsymbol{O}_{(2,2)} & \text{(not selected mode)} \end{cases} \quad \cdots\cdots (17)$$

ただし，μ は選択したモードを示す。また，$\boldsymbol{M}$ の行で全て

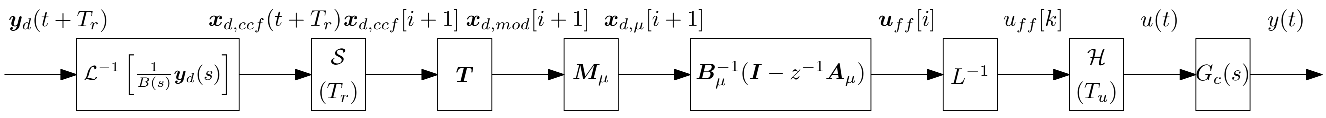


図 2　状態変数軌道生成とモード正準形に基づくマルチレートフィードフォワード制御のボード線図。z，$\mathcal{S}$，$\mathcal{H}$，L は e^{sT_r}，サンプラ，ホールダ，リフティングオペレータ [14] をそれぞれ表す。

Fig. 2.　Block diagram of state trajectory generation and multirate feedforward control based on modal form. z, $\mathcal{S}$, $\mathcal{H}$, and L denote e^{sT_r}, sampler, holder, and lifting operator [14], respectively.

の要素が 0 の行は除くものとする。ν を選択したモードの数として式 (18) のように定義し，$\boldsymbol{M} \in \mathbb{R}^{2\nu\times n}$ とする。

$$\nu = \mathrm{number}\{\mu\} \cdots\cdots (18)$$

選択したモードの状態方程式は式 (19) のように表される。

$$\dot{\boldsymbol{x}}_\mu(t) = \boldsymbol{A}_{c,\mu}\boldsymbol{x}_\mu(t) + \boldsymbol{b}_{c,\mu}u(t) \cdots\cdots (19)$$

ただし，$\boldsymbol{x}_\mu$，$\boldsymbol{A}_{c,\mu}$，$\boldsymbol{b}_{c,\mu}$ は次の通り。

$$\boldsymbol{x}_\mu(t) = \boldsymbol{M}_\mu\boldsymbol{x}_{mod}(t) \cdots\cdots (20)$$

$$\boldsymbol{A}_{c,\mu} = \boldsymbol{M}_\mu\boldsymbol{A}_{c,mod} \cdots\cdots (21)$$

$$\boldsymbol{b}_{c,\mu} = \boldsymbol{M}_\mu\boldsymbol{b}_{c,mod} \cdots\cdots (22)$$

選択したモードの目標状態変数軌道は式 (23) のように求められる。

$$\boldsymbol{x}_{d,\mu}(t) = \boldsymbol{M}_\mu\boldsymbol{x}_{d,mod}(t) \cdots\cdots (23)$$

〈4·3〉 フィードフォワード入力の生成　式 (19) を制御入力のサンプリング周期 T_u で離散化した離散時間の状態方程式は，式 (24) のように表される。

$$\boldsymbol{x}_\mu[k+1] = \boldsymbol{A}_{s,\mu}\boldsymbol{x}_\mu[k] + \boldsymbol{b}_{s,\mu}u[k] \cdots\cdots (24)$$

ただし，$\boldsymbol{A}_{s,\mu}$，$\boldsymbol{b}_{s,\mu}$ は次の通り。

$$\boldsymbol{A}_{s,\mu} = e^{\boldsymbol{A}_{c,\mu}T_u},\ \boldsymbol{b}_{s,\mu} = \int_0^{T_u} e^{\boldsymbol{A}_{c,\mu}\tau}\boldsymbol{b}_{c,\mu}\mathrm{d}\tau \cdots\cdots (25)$$

入力多重度 2ν でリフティングした状態方程式は，式 (26) のように表される。

$$\boldsymbol{x}_\mu[i+1] = \boldsymbol{A}_\mu\boldsymbol{x}_\mu[i] + \boldsymbol{B}_\mu\boldsymbol{u}[i] \cdots\cdots (26)$$

ただし，指令値のサンプリング周期を $T_r = 2\nu T_u$ とし，$\boldsymbol{x}_\mu$，$\boldsymbol{A}_\mu$，$\boldsymbol{B}_\mu$，$\boldsymbol{u}[i]$ は次の通り。

$$\boldsymbol{x}_\mu[i] = \boldsymbol{x}_\mu(iT_r) \cdots\cdots (27)$$

$$\boldsymbol{A}_\mu = \boldsymbol{A}_{s,\mu}^{2\nu} \cdots\cdots (28)$$

$$\boldsymbol{B}_\mu = \begin{bmatrix}\boldsymbol{A}_{s,\mu}^{2\nu-1}\boldsymbol{b}_{s,\mu} & \boldsymbol{A}_{s,\mu}^{2\nu-2}\boldsymbol{b}_{s,\mu} & \cdots & \boldsymbol{b}_{s,\mu}\end{bmatrix} \cdots\cdots (29)$$

$$\begin{aligned}\boldsymbol{u}[i] &= \begin{bmatrix}u_1 & u_2 & \cdots & u_{2\nu}\end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix}u(kT_u) & u((k+1)T_u) & \cdots & u((k+2\nu-1)T_u)\end{bmatrix} \quad (30)\end{aligned}$$

式 (26) より，2ν サンプルだけ先の目標状態変数軌道 $\boldsymbol{x}_{d,\mu}[i+1]$ に対して，フィードフォワード入力 $\boldsymbol{u}_{ff}[i]$ は式 (31) のように生成される。

$$\boldsymbol{u}_{ff}[i] = \boldsymbol{B}_\mu^{-1}(\boldsymbol{I} - z^{-1}\boldsymbol{A}_\mu)\boldsymbol{x}_{d,\mu}[i+1] \cdots\cdots (31)$$

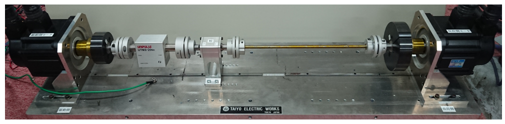


図 3　2 慣性系モータベンチの写真

Fig. 3.　Photograph of the two-inertia system motor bench.

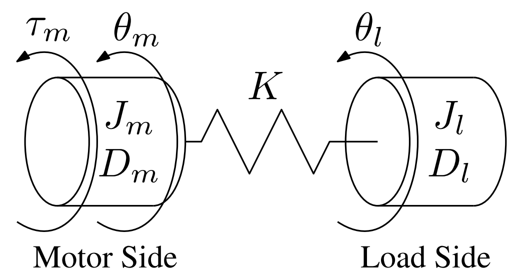


図 4　2 慣性系のモデル

Fig. 4.　Model of two-inertia system.

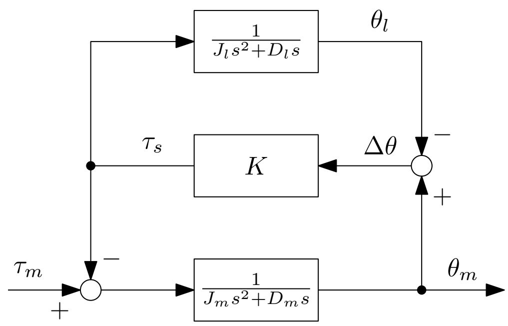


図 5　2 慣性系のブロック線図

Fig. 5.　Block diagram of two-inertia system.

5. 2 慣性系に対する指令値とモード選択の関係性の評価

〈5·1〉 制御対象　図 3 に示す 2 慣性系モータベンチを制御対象として，シミュレーションによる検討を行う。2 慣性系を図 4 のように考え，図 5 に示すように，駆動側トルク τ_m から駆動側角度 θ_m の伝達関数 G_c を制御対象とする。2 慣性系モータベンチの物理パラメータを表 1 とした場合の制御対象の伝達関数 G_c を式 (32) に示す。

$$\begin{aligned}G_c(s) &= \frac{J_l s^2 + D_l s + K}{J_m J_l s^4 + (J_m D_l + J_l D_m)s^3 + \{(J_m + J_l)K + D_m D_l\}s^2 + (D_m + D_l)Ks} \\ &= \frac{970.87(s^2 + 1.966s + 1.138\times10^5)}{s(s+5.111)(s^2 + 4.622s + 2.099\times10^5)} \cdots\cdots (32)\end{aligned}$$

表 1　2 慣性系モータベンチのパラメータ

Table 1.　Parameters of two-inertia system motor bench.

J_m	1.03×10^{-3} kg m^2	J_l	0.870×10^{-3} kg m^2
D_m	8.00×10^{-3} Nm s/rad	D_l	1.71×10^{-3} Nm s/rad
K	99.0 Nm/rad		

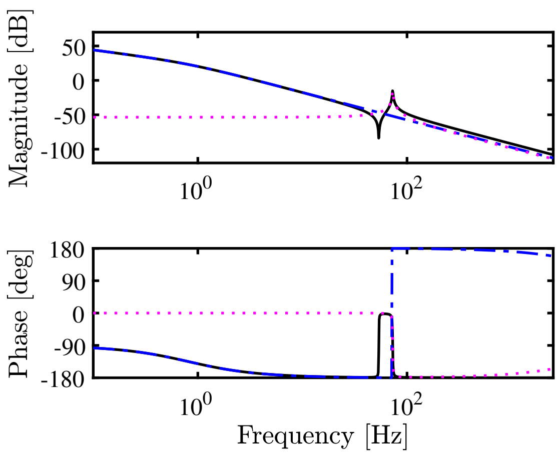


図 6　2 慣性系モータベンチのボード線図。シングルレートフィードフォワード制御器（SRFF）とマルチレートフィードフォワード制御器（MRFF）は 4 次系 G_c (——) に基づきそれぞれ設計される。モード正準形に基づくマルチレートフィードフォワード制御器（Mode 1 と Mode 2）は 2 次系 G_{1c} (-·-·-) と G_{2c} (······) に基づきそれぞれ設計される。

Fig. 6.　Bode diagram of two inertia system motor bench. Singlerate feedforward controller (SRFF) and Multirate fedforward controller (MRFF) are designed with 4th order system G_c (——), respectively. Multirate fedforward controllers based on modal form (Mode 1 and Mode 2) are designed with 2nd order system G_{1c} (-·-·-) and G_{2c} (······), respectively.

制御対象の伝達関数 G_c は和のモード分解を行うと，式 (33) に示すように 1 つ目のモード（Mode 1）の G_{1c} と 2 つ目のモード（Mode 2）の G_{2c} にそれぞれ分解できる。

$$G_c(s) = G_{1c}(s) + G_{2c}(s) = \frac{-0.013322(s - 3.951 \times 10^4)}{s(s + 5.111)} + \frac{0.013322(s + 3.337 \times 10^4)}{s^2 + 4.622s + 2.099 \times 10^5} \quad (33)$$

G_c，G_{1c}，G_{2c} のボード線図を図 6 に示す。

〈5·2〉 シミュレーション条件　モード正準形に基づくマルチレートフィードフォワード制御におけるモード選択と指令値の関係性を検討する。サンプリング周期を $T_s = 400\,\mu$s とし，ステップ幅 1 mrad の 7 次の多項式軌道の指令値を，$T_{\rm step} = 3T_s, 5T_s, 10T_s, 25T_s, 50T_s$ の 5 種類のステップ時間で与える。G_c に対してそれぞれ設計したシングルレートフィードフォワード制御器（SRFF）とマルチレートフィードフォワード制御器（MRFF），G_{1c} と G_{2c} に対してそれぞれ設計したモード正準形に基づくマルチレートフィードフォワード制御器（Mode 1 と Mode 2），の 4 種類の制御器に対して制御性能の比較を行う。

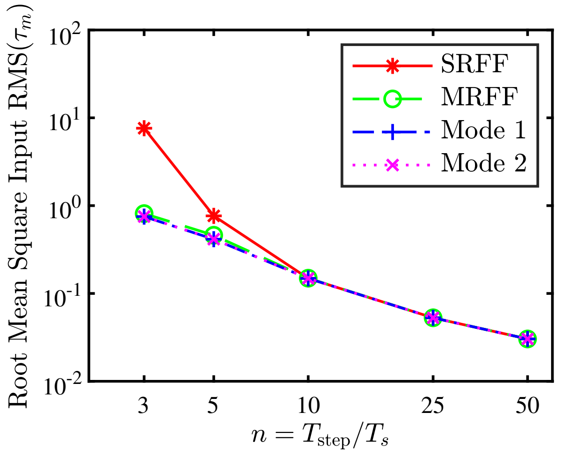


図 7　ステップ時間 $T_{\rm step} = nT_s$ のサンプル数 n に対する制御入力の平均二乗平方根 RMS(τ_m)

Fig. 7.　Number of samples n of step time $T_{\rm step} = nT_s$ versus root mean square of control input RMS(τ_m).

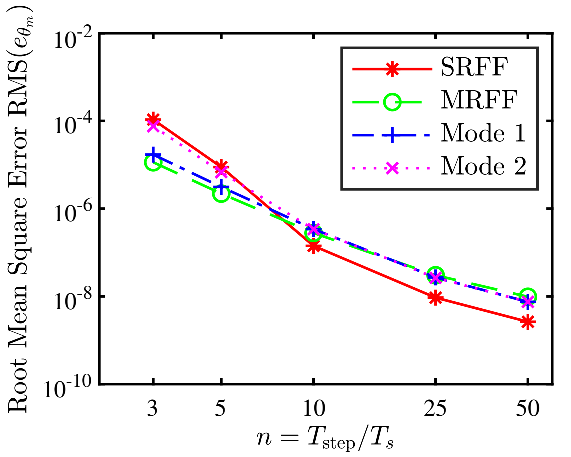


図 8　ステップ時間 $T_{\rm step} = nT_s$ のサンプル数 n に対する連続時間追従誤差の平均二乗平方根 RMS(e_{θ_m})

Fig. 8.　Number of samples n of step time $T_{\rm step} = nT_s$ versus root mean square of continuous-time tracking error RMS(e_{θ_m}).

〈5·3〉 シミュレーション結果　図 7 に制御入力の平均二乗平方根 RMS(τ_m)，図 8 に連続時間追従誤差の平均二乗平方根 RMS(e_{θ_m}) のシミュレーション結果をそれぞれ示す。図 7 より，早い立ち上がりの指令値の場合に，SRFF において制御入力が他の手法よりも大きくなっており，一方，Mode 1 と Mode 2 においては制御入力が他の手法よりも小さくなっていることが確認できる。図 8 より，早い立ち上がりの指令値の場合は MRFF，遅い立ち上がりの指令値の場合は SRFF において，追従誤差が小さくなっている。

図 9 の $T_{\rm step} = 5T_s$ とした場合のシミュレーション結果より，早い立ち上がりの指令値の場合について詳細を述べる。

SRFF において，早い立ち上がりの指令値により制御器のナイキスト周波数付近の振動的な極が励起され，ナイキスト周波数で振動する制御入力が生成され，定常部分の追従誤差もナイキスト周波数で振動している。MRFF において，定常部分の追従誤差は振動的にならず完全追従制御が達成されている。Mode 1 において，無視した共振モードである Mode 2 の共振周波数で定常部分の追従誤差が振動している。Mode 2 において，定常部分の追従誤差が時間とともに増加していくことが確認できる。

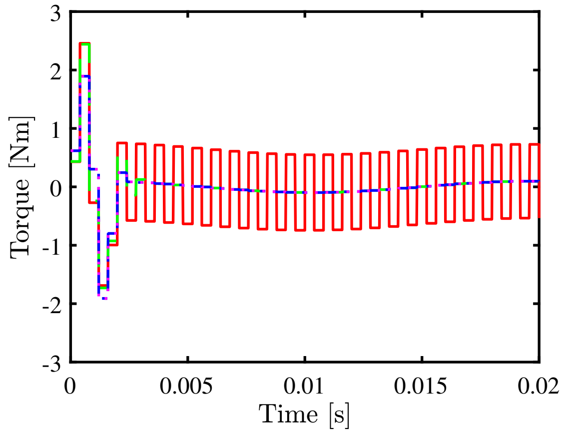
図 10 の $T_{\mathrm{step}} = 25T_s$ とした場合のシミュレーション結果より，遅い立ち上がりの指令値の場合について詳細を述べる。SRFF において，遅い立ち上がりの指令値では制御器のナイキスト周波数付近の振動的な極が励起されないため，振動的な制御入力が生成されず，良好な追従性能を示している。MRFF において，完全追従制御が達成されているが，連続時間追従誤差は Mode 1 や Mode 2 よりも大きくなっていることが確認できる。Mode 1 と Mode 2 において，早い立ち上がりの指令値のときに見られた定常部分の追従誤差の特徴は見られなくなった。

以上の考察より，モード正準形に基づくマルチレートフィードフォワード制御は，早い立ち上がりの指令値に対して振動的な制御入力を生成せず，遅い立ち上がりの指令値に対して従来のマルチレートフィードフォワード制御よりも連続時間追従誤差を減少させ高い制御性能を実現する事がわかる。また，モード正準形に基づくマルチレートフィードフォワード制御におけるモード選択においては，制御対象の共振モードの周波数と比較して早い立ち上がりの指令値を想定した場合の，定常部分の追従誤差の振る舞いに合わせて選択することが望ましいと言える。

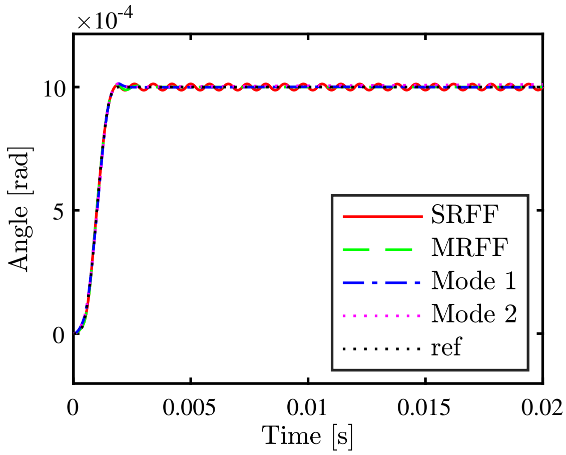
6. 結論

従来の可制御正準形に基づくマルチレートフィードフォワード制御は，制御対象のモデルが高次になると完全追従制御を達成する周期が長くなってしまうことが問題とされてきた。モード正準形に基づくマルチレートフィードフォワード制御は，選択した状態変数にのみ完全追従制御を達成し，その問題を解決する。一方で，モードの選び方に自由度が存在するため，モードの選び方と指令値の関係性について，2 慣性系を制御対象としたシミュレーションによる比較検討を行った。

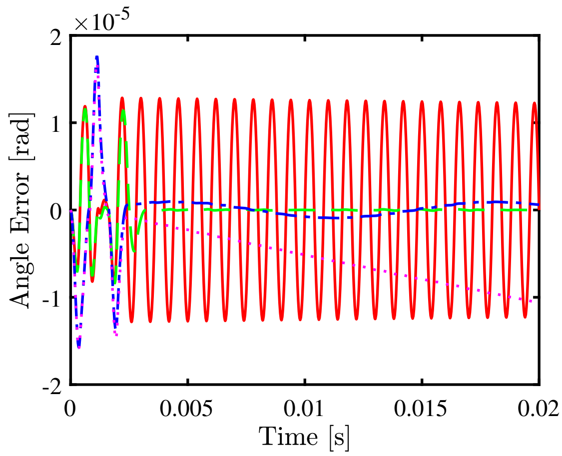
比較検討の結果，モード正準形に基づくマルチレートフィードフォワード制御は，無視した共振モードよりも遅い立ち上がりの指令値に対して，従来のマルチレートフィードフォワード制御よりも連続時間追従誤差を減少させることが確認された。シングルレートフィードフォワード制御において，制御器のナイキスト周波数付近の振動的な極を励起させてしまうような早い立ち上がりの指令値に対しても，モード正準形に基づくマルチレートフィードフォワード制御では，制御入力が振動的にならないことも確認された。また，早い立ち上がりの指令値の場合は，選択するモードの違いにより，剛体モードを選択すると定常部分の追従誤差が無視した共振モードで振動し，共振モードを選択すると定常部分の追従誤差が時間とともに増加していくこと



(a) Input torque τ_m.

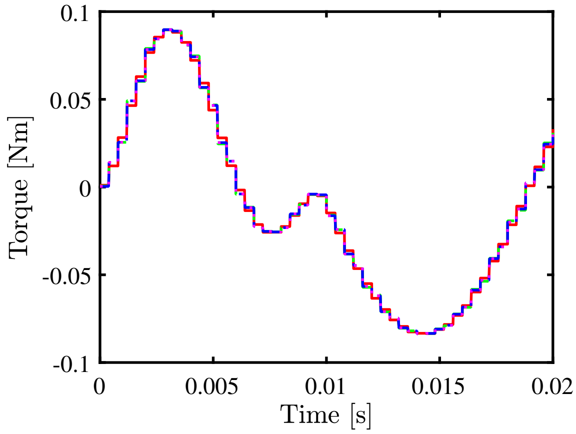


(b) Output angle θ_m.

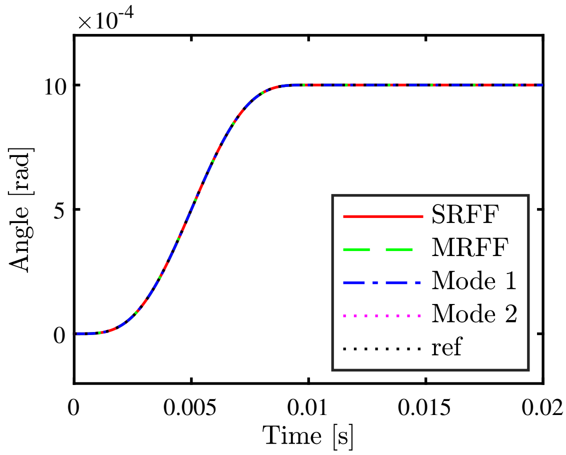


(c) Error angle e_{θ_m}.

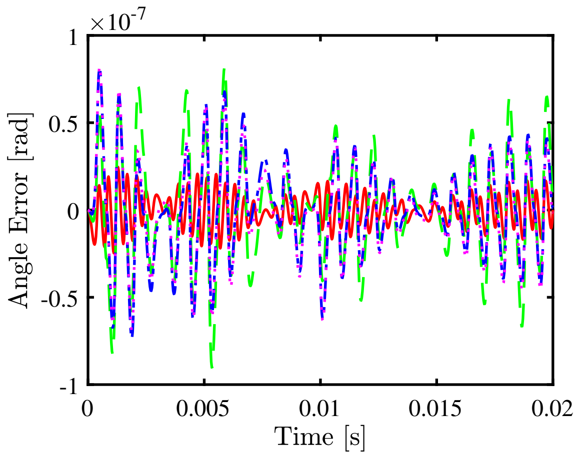
図 9 $T_{\mathrm{step}} = 5T_s$ とした場合のシミュレーション結果
Fig. 9. Simulation results with $T_{\mathrm{step}} = 5T_s$.



(a) Input torque τ_m.



(b) Output angle θ_m.



(c) Error angle e_{θ_m}.

図 10　$T_{\mathrm{step}} = 25T_s$ とした場合のシミュレーション結果
Fig. 10.　Simulation results with $T_{\mathrm{step}} = 25T_s$.

が確認された。早い立ち上がりの指令値の場合の，選択するモードによる振る舞いの違いの物理的原因の考察については，今後の研究課題とする。

文　　献

（1） T. Oomen, "Advanced Motion Control for Precision Mechatronics: Control, Identification, and Learning of Complex Systems," *IEEJ Journal of Industry Applications*, vol. 7, no. 2, pp. 127–140, 2018.

（2） S. Ito, S. Troppmair, F. Cigarini, and G. Schitter, "High-speed Scanner with Nanometer Resolution Using a Hybrid Reluctance Force Actuator," *IEEJ Journal of Industry Applications*, vol. 8, no. 2, pp. 170–176, mar 2019.

（3） H. Fujimoto and Y. Hori, "High-performance servo systems based on multirate sampling control," *Control Engineering Practice*, vol. 10, no. 7, pp. 773–781, jul 2002.

（4） K. Åström, P. Hagander, and J. Sternby, "Zeros of sampled systems," *Automatica*, vol. 20, no. 1, pp. 31–38, jan 1984.

（5） M. Tomizuka, "Zero Phase Error Tracking Algorithm for Digital Control," *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, vol. 109, no. 1, p. 65, 1987.

（6） J. Wen and B. Potsaid, "An experimental study of a high performance motion control system," in *Proceedings of the 2004 American Control Conference*, vol. 6.　IEEE, 2004, pp. 5158–5163.

（7） J. Butterworth, L. Pao, and D. Abramovitch, "Analysis and comparison of three discrete-time feedforward model-inverse control techniques for nonminimum-phase systems," *Mechatronics*, vol. 22, no. 5, pp. 577–587, aug 2012.

（8） H. Fujimoto, Y. Hori, and A. Kawamura, "Perfect tracking control based on multirate feedforward control with generalized sampling periods," *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 48, no. 3, pp. 636–644, jun 2001.

（9） J. van Zundert and T. Oomen, "On inversion-based approaches for feedforward and ILC," *Mechatronics*, vol. 50, no. November 2016, pp. 282–291, 2018.

（10） J. Van Zundert, W. Ohnishi, H. Fujimoto, and T. Oomen, "Improving Intersample Behavior in Discrete-Time System Inversion: With Application to LTI and LPTV Systems," *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, vol. PP, no. c, pp. 1–1, 2019.

（11） W. Ohnishi, T. Beauduin, and H. Fujimoto, "Preactuated Multirate Feedforward Control for Independent Stable Inversion of Unstable Intrinsic and Discretization Zeros," *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, vol. 24, no. 2, pp. 863–871, apr 2019.

（12） G. C. Goodwin, S. F. Graebe, and M. E. Salgado, *Control System Design*, 2000.

（13） W. Ohnishi and H. Fujimoto, "Multirate Feedforward Control Based on Modal Form," in *2018 IEEE Conference on Control Technology and Applications (CCTA)*, no. 2.　IEEE, aug 2018, pp. 1120–1125.

（14） T. Chen and B. A. Francis, *Optimal Sampled-Data Control Systems*.　London: Springer London, 1995.

（15） A. V. Oppenheim, A. S. Willsky, and S. Nawab, *Signals and Systems*, 2nd ed.　Prentice-Hall, Inc., 1997.