

## 2段アクチュエータ HDD ベンチマーク問題における 位相安定化を考慮した周波数応答データ駆動マルチレートフィルタ設計

前 匡鴻\* (東京大学)

Frequency Response Data-Driven Multirate Filter Design  
with Phase Stabilization in Dual-Stage-Actuator HDD Benchmark Problem

Masahiro Mae\* (The University of Tokyo)

Performance improvement of a Hard Disk Drive (HDD) enables a recent big-data society. The aim is data-driven auto-tuning of the multirate filter for stability and disturbance rejection performance improvement in HDD. The single-rate controller is treated as frequency response data extrapolated above Nyquist frequency. Multirate filter with phase stabilization is designed by convex optimization using frequency response data. The performance is validated in Dual-Stage-Actuator HDD Benchmark Problem.

**キーワード**：位置制御，マルチレート制御，データ駆動設計，周波数応答データ，凸最適化，ハードディスクドライブ (position control, multirate control, data-driven design, frequency response data, convex optimization, hard disk drive)

### 1. 序論

近年のビッグデータ社会におけるデータ保存容量に対する需要の拡大に応じて，ハードディスクドライブ (Hard Disk Drive: HDD) の記憶容量を増大させるために，磁気ヘッドの制御性能の重要性が増している。構造上の問題から，HDD は位置測定用のトラックとデータ保存用のトラックが同じ磁気ディスク上に共有しているため，一定回転数の HDD における磁気ヘッドの位置のサンプリング時間の短さと HDD の記憶容量の大きさの間にはトレードオフの関係が存在する。そのため，一般的に HDD はアクチュエーションのサンプリング時間のほうがセンシングのサンプリング時間よりも短いマルチレート制御系として構成される。センシングのナイキスト周波数以上の機械特性はマルチレート系のシステム同定を行うことで取得可能である [1,2]。

HDD のマルチレート制御系において，センシングのナイキスト周波数以上の機構共振による不安定化を防ぐために，ゲイン安定化を実現するノッチフィルタがマルチレートフィルタとして設計されている。マルチレートフィルタを設計する手法としては，線形周期時不変系の周波数応答行列を用いる方法 [3] や感度関数ゲインを用いる方法 [4]， $H_\infty$  制御を用いる方法 [5]，周波数応答データを用いる方法 [1] など複数提案されているが，いずれの場合も位相安定化が考慮されておらず，また，磁気ヘッドの追従誤差が制御器設計の評価関数として直接用いられてはいない。本論文では，位相安定化を考慮し磁気ヘッドの追従誤差を評価関数とした周波数応答データ駆動マルチレートフィルタ設計を凸最適化により実現する。

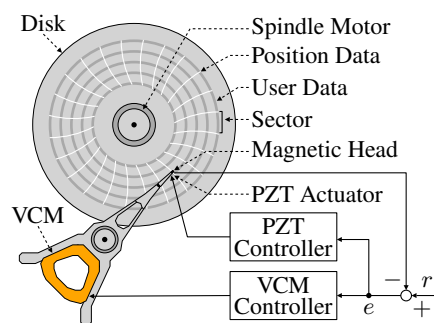


図 1 2段アクチュエータのハードディスクドライブ

Fig. 1. Hard disk drive with a dual-stage actuator.

### 2. 問題設定

図 1 に，本論文で扱う 2 段アクチュエータ HDD ベンチマーク問題における制御対象の概観を示す。この HDD は，ボイスコイルモータ (Voice Coil Motor: VCM) と piezoelectric actuator (Piezoelectric actuator: PZT actuator) の 2 つのアクチュエータを用いて，ディスク上における磁気ヘッドの位置制御を行う制御系となっている。このベンチマーク問題では，1 秒間の定常応答における連続時間の磁気ヘッドの位置  $y_c$  の標準偏差の 3 倍値の最悪ケースを最小化することを目的とする [6]。トラックピッチを  $T_p = 52.7 \text{ nm}$ ，サンプリング時間を  $T_s = 1/(7200/60)/420 \approx 1.9841 \times 10^{-6} \text{ s}$  とする。また，機械的な可動域の制約から連続時間の piezoelectric actuator の変位  $y_{cp}$  は  $\pm 50 \text{ nm}$  より小さい必要がある。

2 段アクチュエータ HDD の制御系のブロック線図を図 2 に示す。 $P_c$  は連続時間の制御対象， $C_d$  はシングルレート制

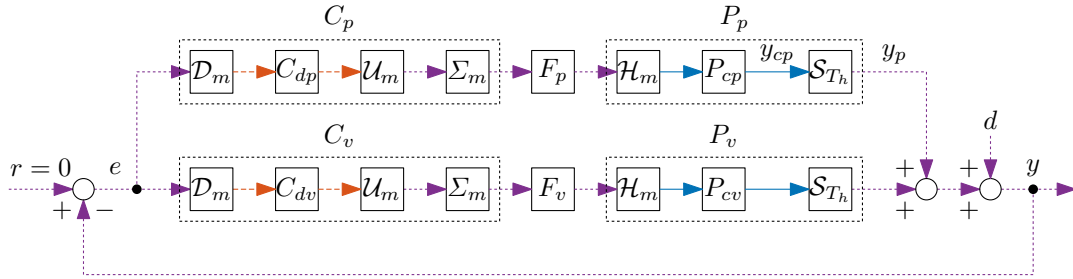


図2 2段アクチュエータのハードディスクドライブのブロック線図。各線は、シングルレート (---), マルチレート (---), 連続時間 (—) の信号をそれぞれ表す。

Fig. 2. Block diagram of a hard disk drive with a dual-stage actuator. Each line denotes single-rate (---), multirate (---), and continuous-time (—) signals, respectively.

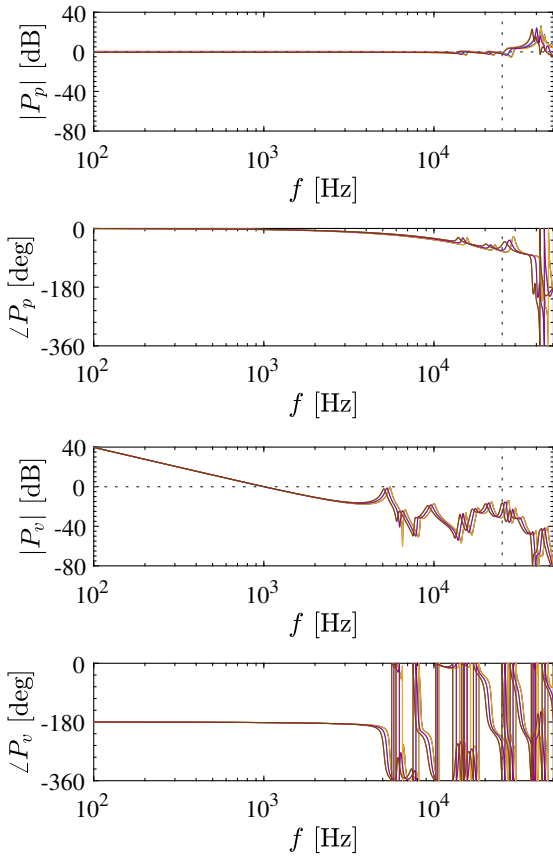


図3 制御対象の周波数応答

Fig. 3. Frequency responses of controlled systems.

御器,  $F$  はマルチレートフィルタ, 下付き添字の  $p$  と  $v$  は piezoアクチュエータとボイスコイルモータをそれぞれ表す。連続時間の制御対象  $P_c$  は9つの場合のモデル変動を持ち, モデル変動に対応したデータ番号  $k_c = 1, \dots, 9$  を用いて下付き添字で表す。piezoアクチュエータの周波数応答  $P_{p,k_c}(j\omega_{k_f})$  とボイスコイルモータの周波数応答  $P_{v,k_c}(j\omega_{k_f})$  を図3にそれぞれ示す。ただし,  $n_f$  を周波数応答のデータ点数とし,  $k_f = 1, \dots, n_f$  は周波数応答のデータ番号とする。

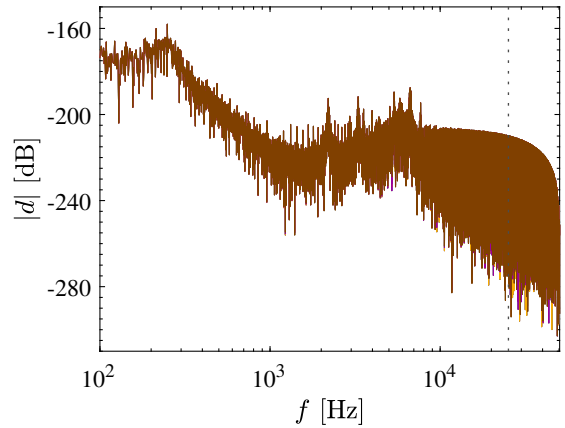


図4 出力端外乱の周波数スペクトル

Fig. 4. Frequency spectrum of output disturbances.

$m \in \mathbb{N}$  をマルチレート数として, マルチレート系のサンプリング時間  $T_h = T_s/m$  とする。  $\mathcal{D}_m$  を  $m$  サンプルごとの値を出力するダウンサンプラ,  $\mathcal{U}_m$  を  $m$  サンプルごとにシングルレート系の値を出力しそれ以外の点を0で内挿するアップサンプラ,  $\Sigma_m = \sum_{l=1}^m z^{-l}$  を平均化フィルタ,  $\mathcal{H}_m$  を  $m$  倍のマルチレート系におけるマルチレート零次ホールド,  $\mathcal{S}_{T_h}$  をサンプリング時間  $T_h$  のサンプラとする。

このベンチマーク問題において本論文で扱う出力端外乱  $d$  は, HDD 本体に加わる回転加速度外乱  $d_f$ , ストレージボックス内で発生するファン起因外乱  $d_p$ , 位置信号に含まれる誤差成分  $d_{\text{RRO}}$  の周波数応答から次のように求められる。

$$d_{k_c}(j\omega_{k_f}) = P_{cv,k_c}(j\omega_{k_f})d_f(j\omega_{k_f}) + d_p(j\omega_{k_f}) - d_{\text{RRO}}(j\omega_{k_f}) \quad (1)$$

出力端外乱  $d$  の周波数スペクトルを図4に示す。

以上の問題設定から, 指令値  $r = 0$ , 出力  $y$ , 誤差  $e = r - y$  の関係性において, 連続時間の磁気ヘッドの位置  $y_c$  の最悪ケースを最小化する問題を等価な誤差  $e$  の最悪ケースを最小化する問題として, 出力端外乱  $d$  の影響を抑圧するマルチレートフィルタ  $F_p$  と  $F_v$  を各アクチュエータにそれぞれ設計することを目的とする。

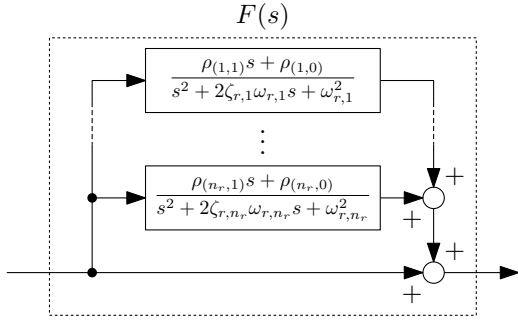


図5 共振フィルタのブロック線図

Fig. 5. Block diagram of resonant filters.

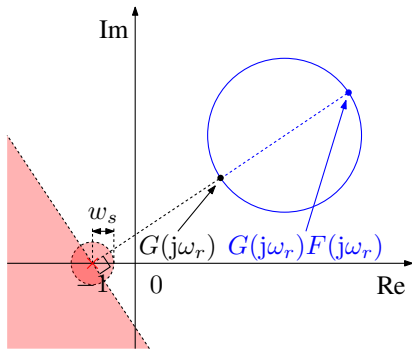


図6 ナイキスト線図における共振フィルタを用いた場合のベクトル軌跡の円条件と位相安定化

Fig. 6. Vector locus using a resonant filter with modulus margin and phase stabilization in Nyquist diagram.

### 3. マルチレートフィルタの最適化設計

2段アクチュエータ HDD におけるマルチレートフィルタの最適化手法を示す。初期値のマルチレートフィルタである多段のノッチフィルタは共振フィルタの和として構造化される。共振フィルタの設計問題は、周波数応答データを直接用いた最適化問題としてロバスト性能、ハードウェア制約、ロバスト安定性を考慮して定式化される。最適化問題は逐次線形化による反復凸最適化により計算される。

#### 〈3・1〉 共振フィルタによるノッチフィルタの構造化

2段アクチュエータ HDD ベンチマーク問題において、初期値のマルチレートフィルタとしてナイキスト周波数以上の機構共振をゲイン安定化するために、多段のノッチフィルタが設計されている。ノッチフィルタはゲイン安定化を行うため、位相安定化を行う場合に比べて保守的に設計され、低ゲイン化や位相遅れによって必要以上に制御性能を悪化させてしまう場合がある。本論文では、多段のノッチフィルタを共振フィルタの和として構造化し最適化を行うことにより、マルチレートフィルタのゲインと位相を再調整して、さらなる制御性能の向上を図る。

各アクチュエータにおける多段のノッチフィルタは共振フィルタの和として次のように構造化される。

$$\begin{aligned}
 F_{k_u}(j\omega_{k_f}, \boldsymbol{\rho}_{k_u}) &= \prod_{k_r=1}^{n_r} \frac{(j\omega_{k_f})^2 + \alpha_{k_r} 2\zeta_{r,k_r} \omega_{r,k_r} (j\omega_{k_f}) + \omega_{r,k_r}^2}{(j\omega_{k_f})^2 + 2\zeta_{r,k_r} \omega_{r,k_r} (j\omega_{k_f}) + \omega_{r,k_r}^2} \quad (0 \leq \alpha_{k_r} \leq 1) \\
 &= 1 + \sum_{k_r=1}^{n_r} \frac{\rho_{k_u,(k_r,1)}(j\omega_{k_f}) + \rho_{k_u,(k_r,0)}}{(j\omega_{k_f})^2 + 2\zeta_{r,k_r} \omega_{r,k_r} (j\omega_{k_f}) + \omega_{r,k_r}^2} \\
 &= \begin{bmatrix} 1 \\ \rho_{k_u,(1,0)} \\ \rho_{k_u,(1,1)} \\ \vdots \\ \rho_{k_u,(n_r,0)} \\ \rho_{k_u,(n_r,1)} \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} 1 \\ \frac{1}{(j\omega_{k_f})^2 + 2\zeta_{r,1} \omega_{r,1} (j\omega_{k_f}) + \omega_{r,1}^2} \\ \frac{1}{(j\omega_{k_f})^2 + 2\zeta_{r,1} \omega_{r,1} (j\omega_{k_f}) + \omega_{r,1}^2} \\ \vdots \\ \frac{1}{(j\omega_{k_f})^2 + 2\zeta_{r,n_r} \omega_{r,n_r} (j\omega_{k_f}) + \omega_{r,n_r}^2} \\ \frac{1}{(j\omega_{k_f})^2 + 2\zeta_{r,n_r} \omega_{r,n_r} (j\omega_{k_f}) + \omega_{r,n_r}^2} \end{bmatrix} = \boldsymbol{\rho}_{k_u}^T \boldsymbol{\phi}(j\omega_{k_f}) \quad (2)
 \end{aligned}$$

ただし、各アクチュエータに対応する下付き添字を  $k_u \in \{p, v\}$ 、共振フィルタを設計する周波数の個数を  $n_r \in \mathbb{N}$ 、共振フィルタを設計する周波数のデータ番号を  $k_r = 1, \dots, n_r$ 、各アクチュエータの調整パラメータを  $\boldsymbol{\rho}_{k_u} \in \mathbb{R}^{2n_r+1}$ 、共振角周波数を  $\omega_{r,k_r} \in \mathbb{R}_{>0}$ 、ダンピング係数を  $\zeta_{r,k_r} \in \mathbb{R}_{>0}$  とする。本論文において、最適化に用いられる共振フィルタの共振角周波数  $\omega_{r,k_r}$  とダンピング係数  $\zeta_{r,k_r}$  は初期値のマルチレートフィルタと同じ値を用いるものとし、分子多項式の係数である調整パラメータ  $\rho_{k_u}$  を最適化することを目的とする。設計する共振フィルタのブロック線図を図5に示す。

#### 〈3・2〉 最適化問題の定式化

本論文では、ロバスト性能、ハードウェア制約、ロバスト安定性を周波数応答データから考慮する。ロバスト性能として、誤差の周波数スペクトルの最大値を最小化するように共振フィルタを最適化する。ハードウェア制約として、 $y_p$  の周波数スペクトルの最大値を制約条件として、PZT アクチュエータのストローク制約を考慮する。ロバスト安定性として、特異点  $(-1, j0)$  に対するベクトル軌跡のナイキスト安定性をゲインと位相の両面から評価して制約条件として与える。これらの条件から、最適化問題は次のように定式化される。

$$\text{minimize}_{\boldsymbol{\rho}} \quad \max_{\omega_{k_c}, \omega_{k_f}} |e_{k_c}(j\omega_{k_f})| \quad (3a)$$

$$\text{subject to} \quad |y_{p,k_c}(j\omega_{k_f})| \leq y_{p,\max} \quad (3b)$$

$$w_s(j\omega_{k_f}) |S_{k_c}(j\omega_{k_f}, \boldsymbol{\rho})| \leq 1 \quad (3c)$$

$$-\frac{\pi}{2} \leq \angle(1 + L_{k_c}(j\omega_{k_f}, \boldsymbol{\rho})) - \angle(1 + L_{0,k_c}(j\omega_{k_f})) \leq \frac{\pi}{2} \quad (3d)$$

ただし、 $w_s$  を感度関数の重み関数とし、 $L_{k_c}$ 、 $S_{k_c}$  を次のように定義する。

$$L_{k_c}(j\omega_{k_f}, \boldsymbol{\rho}) = L_{p,k_c}(j\omega_{k_f}, \boldsymbol{\rho}_p) + L_{v,k_c}(j\omega_{k_f}, \boldsymbol{\rho}_v) \quad (4a)$$

$$L_{p,k_c}(j\omega_{k_f}, \boldsymbol{\rho}_p) = P_{p,k_c}(j\omega_{k_f}) F_p(j\omega_{k_f}, \boldsymbol{\rho}_p) C_p(j\omega_{k_f}) \quad (4b)$$

$$L_{v,k_c}(j\omega_{k_f}, \boldsymbol{\rho}_v) = P_{v,k_c}(j\omega_{k_f}) F_v(j\omega_{k_f}, \boldsymbol{\rho}_v) C_v(j\omega_{k_f}) \quad (4c)$$

$$S_{k_c}(j\omega_{k_f}, \boldsymbol{\rho}) = \frac{1}{1 + L_{k_c}(j\omega_{k_f}, \boldsymbol{\rho})} \quad (4d)$$

また、 $\rho_0$  を調整パラメータの初期値、 $L_{0,k_c}$  を初期値  $\rho_0$  における開ループ周波数応答  $L_{k_c}$  とする。本論文で扱う周波数応答データ駆動の制御器最適化は、マルチレート系のサンプリング時間  $T_h$  における周波数応答データを用いており、制御対象  $P$  と出力端外乱  $d$  の周波数応答データはマルチレート系のナイキスト周波数  $1/T_h$  まで必要となることに注意されたい。ここで、シングルレート制御器  $C_d$  のナイキスト周波数  $1/2T_s$  はマルチレート系のナイキスト周波数  $1/2T_h$  の  $1/m$  であり、シングルレート系のナイキスト周波数  $1/2T_s$  までしか線形時不変系として扱うことはできない。しかし、図 2 のダウンサンプラ  $\mathcal{D}_m$ 、アップサンプラ  $\mathcal{U}_m$ 、平均化フィルタ  $\Sigma_m$  と合わせたシングルレート制御器  $C_d$  の周波数応答  $C = \Sigma_m \mathcal{U}_m C_d \mathcal{D}_m$  は、ナイキスト周波数以上の周波数応答の周期性から解析的に求めることができる。本論文では、シングルレート制御器のマルチレート系における周波数応答データ  $C$  を用いて制御器最適化を行う。

**〈3・3〉 逐次線形化による凸最適化** 式(3a)において、評価関数は次のように表すことができる。

$$\begin{aligned} & \text{minimize}_{\rho} \max_{\nu_{k_c}, \nu_{k_f}} |e_{k_c}(j\omega_{k_f})| \Leftrightarrow \text{maximize}_{\rho} \min_{\nu_{k_c}, \nu_{k_f}} \frac{1}{|e_{k_c}(j\omega_{k_f})|} \\ & \Leftrightarrow \text{minimize}_{\rho} - \left( \min_{\nu_{k_c}, \nu_{k_f}} \left| \frac{1}{d_{k_c}(j\omega_{k_f})} (1 + L_{k_c}(j\omega_{k_f}, \rho)) \right| \right) \end{aligned} \quad (5)$$

ただし、誤差の周波数応答データは次のように求められる。

$$e_{k_c}(j\omega_{k_f}) = S_{k_c}(j\omega_{k_f}, \rho) d_{k_c}(j\omega_{k_f}) \quad (6)$$

式(3b)において、PZT アクチュエータの出力の周波数スペクトルは次のように評価される。

$$|y_{p,k_c}(j\omega_{k_f})| = \left| \frac{L_{p,k_c}(j\omega_{k_f}, \rho_p) d_{k_c}(j\omega_{k_f})}{1 + L_{k_c}(j\omega_{k_f}, \rho)} \right| \quad (7)$$

また、既存のフィードバック制御器における最大値は次のように表される。

$$y_{p,\max} = \max_{\nu_{k_c}, \nu_{k_f}} \left| \frac{L_{0,p,k_c}(j\omega_{k_f}) d_{k_c}(j\omega_{k_f})}{1 + L_{0,k_c}(j\omega_{k_f})} \right| \quad (8)$$

式(3d)において、ベクトル軌跡の位相は、ベクトル軌跡の実部と虚部から  $\text{atan2}$  関数により評価される。以上より、最適化問題は逐次線形化により反復凸最適化問題として式(9)のように定式化することができる。

#### 4. HDD ベンチマーク問題における性能検証

2 段アクチュエータ HDD ベンチマーク問題において、マルチレートフィルタの最適化による外乱抑圧性能の向上を検証する。マルチレートフィルタはロバスト性能、ハードウェア制約、ロバスト安定性を考慮して反復凸最適化により設計され、初期値のマルチレートフィルタを用いた場合とトラック追従性能が比較される。

**〈4・1〉 最適化条件** 周波数応答データ点は、100Hz

からマルチレート系のナイキスト周波数の  $1/2T_h = 50.4 \text{ kHz}$  まで線形に 1Hz 刻みで取得し、データ点数を  $n_f = 50301$  とする。シングルレート制御器のマルチレート系における周波数応答  $C = \Sigma_m \mathcal{U}_m C_d \mathcal{D}_m$  を図 7 に示す。ここで、シングルレート制御器はシングルレート系のナイキスト周波数  $1/2T_s$  までしか線形時不変系として扱うことはできないため、 $1/2T_s$  以上の周波数の周波数応答データはその周期性から解析的に求められていることに注意されたい。初期値のマルチレートフィルタの周波数応答を図 8 の赤線 (—) に示す。初期値のマルチレートフィルタは、基本的にシングルレートのナイキスト周波数以上の機構共振をゲイン安定化するために多段のノッチフィルタにより構成されていることが確認できる。本論文では、共振角周波数  $\omega_{r,k_r}$  とダンピング係数  $\zeta_{r,k_r}$  は初期値のマルチレートフィルタと同じ値を用いるものとし、分子多項式の係数である調整パラメータ  $\rho_{k_n}$  を最適化する。ロバスト安定条件において、感度関数の最大値を  $1/\omega_s = 6 \text{ dB}$  とする。初期値のマルチレートフィルタを用いた場合の誤差  $e$  の周波数スペクトル、 $y_p$  の周波数スペクトル、感度関数  $S$ 、ナイキスト線図を図 9(a)、図 9(b)、図 9(c)、図 9(d) にそれぞれ示す。

**〈4・2〉 最適化結果** 最適化計算は YALMIP [7] と MOSEK [8] を用いて行い、反復最適化は 1 つ前の結果と比較して評価関数の改善が 0.1 % 未満になるまで行う。最適化後のマルチレートフィルタの周波数応答を図 8 の青線 (—) に示す。最適化後のマルチレートフィルタを用いた場合の誤差  $e$  の周波数スペクトル、 $y_p$  の周波数スペクトル、感度関数  $S$ 、ナイキスト線図を図 10(a)、図 10(b)、図 10(c)、図 10(d) にそれぞれ示す。最適化の結果より、共振フィルタが 9 つのモデル変動に対して、ロバスト性能、ハードウェア制約、ロバスト安定性を満たすように設計されていることが分かる。 $y_p$  の周波数スペクトルと感度関数  $S$  において最適化結果が制約条件を満たしていない周波数が確認されるが、これらは数値誤差によるものであると考えられる。取り扱う周波数範囲が広がると最適化計算における条件数が悪化するためであると考えられる。正規化周波数を用いたスケールングや、最適化計算における条件数を考慮した最適化問題の定式化は今後の研究課題とする。

**〈4・3〉 時間領域シミュレーションによる性能評価** 2 段アクチュエータ HDD ベンチマーク問題において、9 つのモデル変動に対する初期値と最適化後のマルチレートフィルタを用いた場合の時間領域シミュレーションでのトラック追従性能の比較を図 11(a) に示す。図 11(a) より、9 つの全ての場合において最適化後のマルチレートフィルタを用いた場合に追従誤差が小さくなることが確認できる。PZT アクチュエータの最大ストロークを図 11(b) に示す。図 11(b) より、最適化後のマルチレートフィルタを用いた場合において、初期値よりも PZT アクチュエータのストロークが少

$$\underset{\rho_{k_i}}{\text{minimize}} \quad -\gamma \quad (9a)$$

$$\text{subject to} \quad \forall_{k_c, \forall_{k_f}} \quad \gamma - \text{Re} \left( \frac{\left( \frac{1}{d_{k_c}(j\omega_{k_f})} (1 + L_{k_c}(j\omega_{k_f}, \rho_{k_i-1})) \right)^*}{\left| \frac{1}{d_{k_c}(j\omega_{k_f})} (1 + L_{k_c}(j\omega_{k_f}, \rho_{k_i-1})) \right|} \right) \left( \frac{1}{d_{k_c}(j\omega_{k_f})} (1 + L_{k_c}(j\omega_{k_f}, \rho_{k_i})) \right) \leq 0 \quad (9b)$$

$$\frac{|d_{k_c}(j\omega_{k_f})|}{y_{p,\max}} \text{Re} \left( \frac{\left( \frac{L_{p,k_c}(j\omega_{k_f}, \rho_{p,k_i-1})}{\left| L_{p,k_c}(j\omega_{k_f}, \rho_{p,k_i-1}) \right|} \right)^*}{\left| \frac{L_{p,k_c}(j\omega_{k_f}, \rho_{p,k_i-1})}{\left| L_{p,k_c}(j\omega_{k_f}, \rho_{p,k_i-1}) \right|} \right)}{L_{p,k_c}(j\omega_{k_f}, \rho_{p,k_i})} \right) - \text{Re} \left( \frac{(1 + L_{k_c}(j\omega_{k_f}, \rho_{k_i-1}))^*}{|1 + L_{k_c}(j\omega_{k_f}, \rho_{k_i-1})|} (1 + L_{k_c}(j\omega_{k_f}, \rho_{k_i})) \right) \leq 0 \quad (9c)$$

$$w_s(j\omega_{k_f}) - \text{Re} \left( \frac{(1 + L_{k_c}(j\omega_{k_f}, \rho_{k_i-1}))^*}{|1 + L_{k_c}(j\omega_{k_f}, \rho_{k_i-1})|} (1 + L_{k_c}(j\omega_{k_f}, \rho_{k_i})) \right) \leq 0 \quad (9d)$$

$$\mp \left( \text{atan2} \left( \frac{\text{Im}(1 + L_{k_c,k_i-1}(j\omega_{k_f}, \rho))}{\text{Re}(1 + L_{k_c,k_i-1}(j\omega_{k_f}, \rho))} \right) + \frac{\text{Re}(1 + L_{k_c,k_i-1}(j\omega_{k_f}, \rho)) \text{Im}(1 + L_{k_c,k_i}(j\omega_{k_f}, \rho)) - \text{Im}(1 + L_{k_c,k_i-1}(j\omega_{k_f}, \rho)) \text{Re}(1 + L_{k_c,k_i}(j\omega_{k_f}, \rho))}{|1 + L_{k_c,k_i-1}(j\omega_{k_f}, \rho)|^2} \right) \pm \text{atan2} \left( \frac{\text{Im}(1 + L_{0,k_c}(j\omega_{k_f}, \rho))}{\text{Re}(1 + L_{0,k_c}(j\omega_{k_f}, \rho))} \right) - \frac{\pi}{2} \leq 0 \quad (9e)$$

$$\text{when } \pm \text{Re}(1 + L_{0,k_c}(j\omega_{k_f}, \rho)) \geq 0 \quad (9e)$$

$$\pm \left( \text{atan2} \left( \frac{\text{Im}(1 + L_{k_c,k_i-1}(j\omega_{k_f}, \rho))}{\text{Re}(1 + L_{k_c,k_i-1}(j\omega_{k_f}, \rho))} \right) + \frac{\text{Re}(1 + L_{k_c,k_i-1}(j\omega_{k_f}, \rho)) \text{Im}(1 + L_{k_c,k_i}(j\omega_{k_f}, \rho)) - \text{Im}(1 + L_{k_c,k_i-1}(j\omega_{k_f}, \rho)) \text{Re}(1 + L_{k_c,k_i}(j\omega_{k_f}, \rho))}{|1 + L_{k_c,k_i-1}(j\omega_{k_f}, \rho)|^2} \right) \mp \text{atan2} \left( \frac{\text{Im}(1 + L_{0,k_c}(j\omega_{k_f}, \rho))}{\text{Re}(1 + L_{0,k_c}(j\omega_{k_f}, \rho))} \right) - \frac{\pi}{2} \leq 0 \quad (9f)$$

$$\text{when } \pm \text{Re}(1 + L_{0,k_c}(j\omega_{k_f}, \rho)) \geq 0 \quad (9f)$$

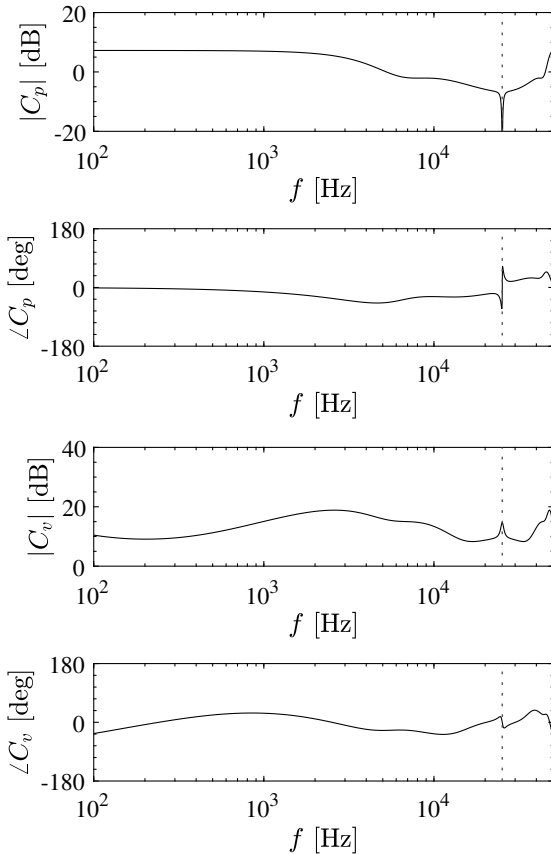


図7 シングルレート制御器の周波数応答。ナイキスト周波数(----)以上は線形時不変系ではないことに注意されたい。  
Fig. 7. Frequency responses of single-rate controllers. Note that it is not a linear time invariant system above Nyquist frequency (----).

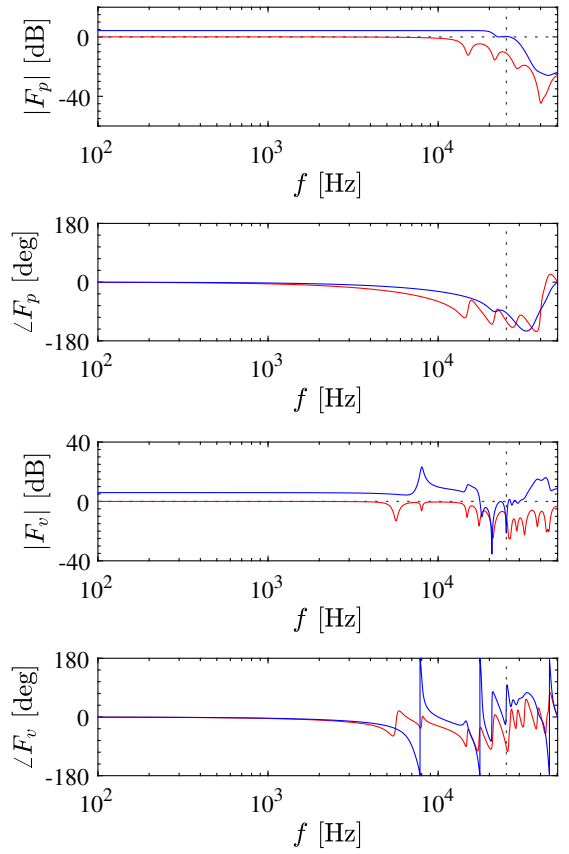


図8 マルチレートフィルタの周波数応答。各線は、初期値(—)と最適化後(—)をそれぞれ示す。  
Fig. 8. Frequency responses of multirate filters. Each line denotes initial (—) and optimized (—) values, respectively.

し増加しているが、最適化後も PZT アクチュエータの最大ストローク制約を満たしていることが確認できる。以上の

結果より、最適化後のマルチレートフィルタを用いることによってトラック追従性能が改善されることが確認できる。



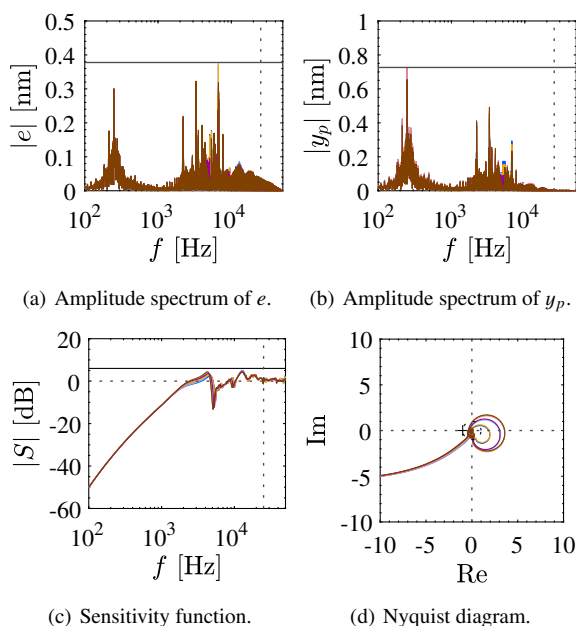


図9 初期値のマルチレートフィルタを用いた制御系

Fig. 9. Controlled systems with initial multirate filters.

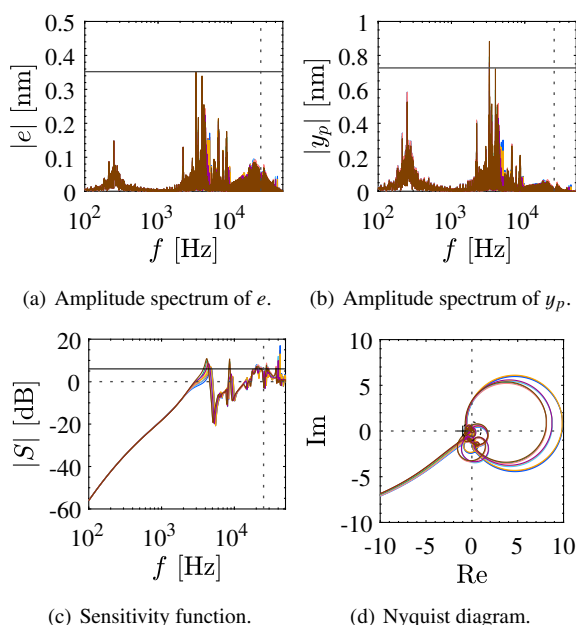


図10 最適化後のマルチレートフィルタを用いた制御系

Fig. 10. Controlled systems with optimized multirate filters.

## 5. 結論

本論文では、2段アクチュエータHDDのトラック追従性能を改善するためのマルチレートフィルタの最適化手法を示した。多段のノッチフィルタは共振フィルタの和として構造化され、反復凸最適化計算により制御対象の周波数応答データから直接最適化された。ナイキスト周波数以上の

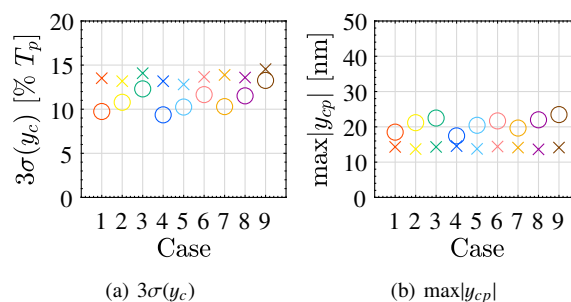


図11 HDDベンチマーク問題のシミュレーション結果。×, ○はそれぞれ初期値, 最適化後をそれぞれ示す。

Fig. 11. Simulation results of HDD benchmark problem. ×, ○ denotes, with initial and with optimized values, respectively.

周波数応答の周期性に注目することで、マルチレート系においてシングルレート制御器の周波数応答を扱い最適化を行った。最適化においては、9つのモデル変動に対するロバスト性能、ハードウェア制約、ロバスト安定性が考慮されている。2段アクチュエータHDDベンチマーク問題において、最適化されたマルチレートフィルタを用いることによる外乱抑圧性能の改善が確認された。シングルレート制御器とマルチレートフィルタの同時最適化、各入力での異なるマルチレート周期の活用、条件数や多数のデータ点に効率的な最適化手法については今後の研究課題とする。

## 文 献

- (1) Bashash, S. and Shariat, S.: Performance enhancement of hard disk drives through data-driven control design and population clustering, *Precision Engineering*, Vol. 56, No. vember 2018, pp. 267–279 (2019).
- (2) van Haren, M., Mirkin, L., Blanken, L. and Oomen, T.: Beyond Nyquist in Frequency Response Function Identification: Applied to Slow-Sampled Systems, *IEEE Control Systems Letters*, Vol. 7, pp. 2131–2136 (2023).
- (3) 原武生: 周期時変システムの周波数応答行列に基づく磁気ディスク装置のマルチレートノッチフィルタ設計, 第47回自動制御連合講演会, pp. 109–112 (2005).
- (4) 熱海武憲: サンプル値位置決め制御系における外乱抑圧特性, 電気学会論文誌D (産業応用部門誌), Vol. 129, No. 12, pp. 1178–1186 (2009).
- (5) Nie, J., Conway, R. and Horowitz, R.: Optimal  $H_\infty$  Control for Linear Periodically Time-Varying Systems in Hard Disk Drives, *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, Vol. 18, No. 1, pp. 212–220 (2013).
- (6) Atsumi, T.: Magnetic-head positioning control system in HDDs (2022).
- (7) Lofberg, J.: YALMIP: a toolbox for modeling and optimization in MATLAB, in *2004 IEEE International Conference on Robotics and Automation (IEEE Cat. No.04CH37508)*, pp. 284–289, IEEE (2004).
- (8) MOSEK, : MOSEK 10.1, <https://www.mosek.com> (2023).