

# 2段アクチュエータ HDD ベンチマーク問題における 不安定極と安定極を統合した共振フィルタによるデータ駆動ループ整形

前 匡鴻\* (東京大学)

Data-Driven Loop-Shaping with Resonant Filters Integrating Unstable and Stable Poles  
in Dual-Stage Actuator HDD Benchmark Problem

Masahiro Mae\* (The University of Tokyo)

Increasing demands for data storage capacity have grown the necessity for advanced loop-shaping techniques in Hard Disk Drives (HDDs). The aim of this paper is to develop a loop-shaping method using resonant filters integrating unstable and stable poles for a dual-stage actuator HDD. The resonant filters with unstable poles are used as an initial condition. The resonant filters are synthesized by frequency response data-driven optimization integrating resonant filters with additional stable poles. The optimized vector locus enables more flexible loop-shaping with elliptical orbits integrating unstable and stable resonant modes. The track-following performance improvement with the developed approach is validated in a dual-stage actuator HDD benchmark problem.

**キーワード**：位置決め制御系，ループ整形，共振フィルタ，不安定極，データ駆動設計，ハードディスクドライブ (positioning control, loop-shaping, resonant filter, unstable pole, data-driven design, hard disk drive)

## 1. 序論

データセンタのハードディスクドライブ (Hard Disk Drive: HDD) において，データの書き込みと読み込みを担う磁気ヘッドの制御性能の改善は，記録可能なデータ容量の増大に直結している。HDD の磁気ヘッドのトラック追従制御手法の発展に向けて，現在主流な2段アクチュエータの HDD を題材としたベンチマーク問題が公開されている [1]。

HDD ベンチマーク問題に適用された先進的なループ整形手法として，ピークフィルタやノッチフィルタ [2]，IIR フィルタ [3]，RNN [4] など，他にも多数の手法が提案されている。その中でも，共振フィルタ [5,6] を用いた手法は特定周波数の外乱抑圧に非常に効果的であるが，不安定極の共振フィルタを用いたループ整形手法 [7] については，その利点・欠点など未解明な部分が多く，十分に検討が尽くされているとは言い難い。本論文では，共振フィルタの不安定極と安定極を統合してループ整形を行う手法を提案する。本論文の貢献は次の通りである。

- (1) 不安定極の共振フィルタを用いたループ整形における位相安定化条件の定式化
- (2) 同じ設計周波数の不安定極と安定極の共振フィルタの同時最適化によるループ整形

## 2. 問題設定

本論文で扱う2段アクチュエータ HDD ベンチマーク問題における制御対象の構成を図1に示す。この HDD は，ボイスコイルモータ (Voice Coil Motor: VCM) とピエゾアク

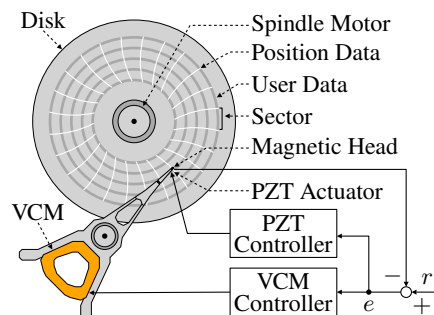


図1 2段アクチュエータのハードディスクドライブ。

Fig. 1. Hard disk drive with a dual-stage actuator.

チュエータ (PieZoelecTric actuator: PZT) の2つのアクチュエータにより構成される，ディスク上の磁気ヘッドの位置決め制御系となっている。トラックピッチを  $T_p = 52.7 \text{ nm}$ ，サンプリング時間を  $T_s = 1/(7200/60)/420 \approx 1.9841 \times 10^{-6} \text{ s}$  とする。また，機械的な可動域の制約から連続時間の PZT の変位  $y_{cp}$  は  $\pm 50 \text{ nm}$  未満である必要がある。

本論文における2段アクチュエータ HDD の制御系のブロック線図を図2に示す。ここで， $P_c$  は連続時間の制御対象， $C_d$  は離散時間のシングルレートフィードバック制御器， $F_m$  は離散時間のマルチレートフィルタを示す。下付き添字の  $p$  と  $v$  は PZT と VCM をそれぞれ表す。連続時間の制御対象は9つの場合のモデル変動を持ち，モデル変動に対応したデータ番号  $k_c = 1, \dots, 9$  を用いて下付き添字で表す。 $I_m$  をインターポレータ， $\mathcal{H}_m$  をマルチレートホールド， $S$

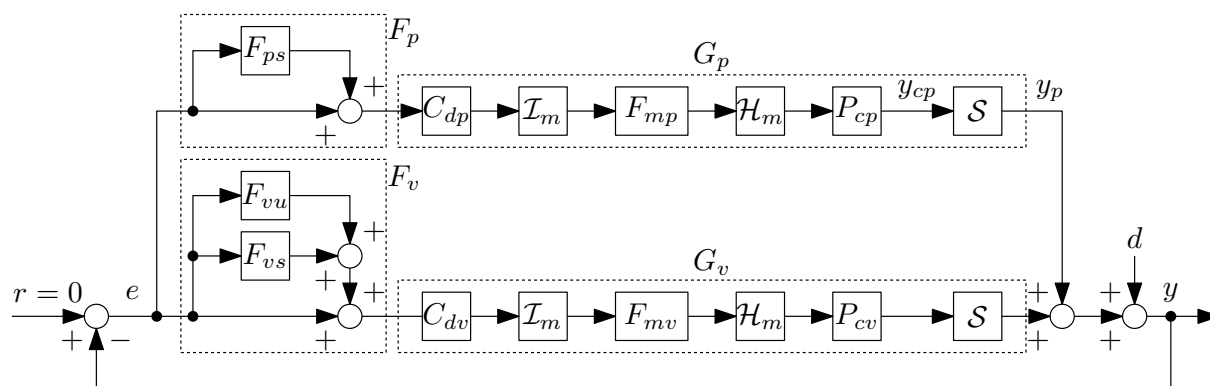


図2 2段アクチュエータのハードディスクドライブのブロック線図。

Fig. 2. Block diagram of a hard disk drive with a dual-stage actuator.

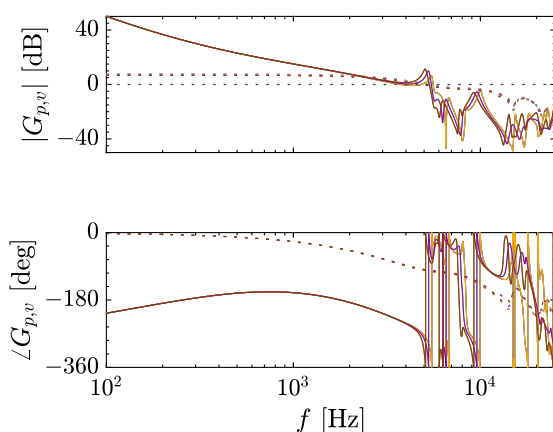


図3 既存の開ループ系の周波数応答。点線が  $G_p$ 、実線が  $G_v$  をそれぞれ表す。

Fig. 3. Frequency responses of given open-loop systems. Dotted lines and solid lines denote  $G_p$  and  $G_v$ , respectively.

をサンプラとする。既存の開ループ系におけるPZTの周波数応答  $G_{p,k_c}(j\omega_{k_f})$  とVCMの周波数応答  $G_{v,k_c}(j\omega_{k_f})$  を図3にそれぞれ示す。ただし、 $n_f$  を周波数応答のデータ点数とし、 $k_f = 1, \dots, n_f$  は周波数応答のデータ番号とする。出力端外乱  $d$  の逆スペクトルを図4に示す。本論文では、離散時間の既存の開ループ制御系  $G_p$ 、 $G_v$  に対して、離散時間のシングルレート共振フィルタ  $F_p$  と  $F_v$  を各アクチュエータにそれぞれ設計する。出力端外乱  $d$  の逆スペクトルに沿った形に感度関数のゲインをループ整形することで、1秒間の定常応答における連続時間の磁気ヘッドの位置  $y_c$  の標準偏差の3倍値の最悪ケースを最小化することを目的とする。

### 3. 共振フィルタを用いたデータ駆動ループ整形

2段アクチュエータHDDにおける共振フィルタのデータ駆動ループ整形手法を示す。まず、不安定極と安定極を統合した共振フィルタの構造について説明する。次に、共振

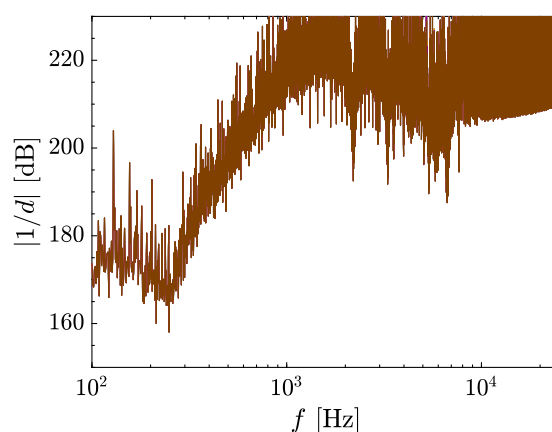


図4 出力端外乱の逆スペクトル。

Fig. 4. Inverse spectrum of output disturbances.

フィルタを用いたループ整形における位相安定化条件について述べる。最後に、共振フィルタを用いたデータ駆動ループ整形のための最適化問題を定式化する。

**〈3・1〉 不安定極と安定極を統合した共振フィルタ**  
HDDの磁気ヘッドのトラック追従性能を改善するために、共振フィルタ[5]を用いた外乱抑圧制御を行う。共振フィルタは外乱周波数と同じ周波数に共振周波数を持つことにより、内部モデル原理に基づき外乱を抑圧することができる。本手法では、外乱周波数に合わせた複数の共振フィルタを設計し、閉ループ系の外乱抑圧性能を向上させる。

本論文で設計する不安定極と安定極を統合した共振フィルタのブロック線図を図5に示す。共振フィルタ  $F(s)$  は、不安定共振モード  $F_u(s)$  と安定共振モード  $F_s(s)$  により次のように定式化される。

$$F(s) = 1 + F_u(s) + F_s(s) \quad (1)$$

ただし、各アクチュエータにおける不安定共振モード  $F_u(s)$  と安定共振モード  $F_s(s)$  はそれぞれ次のような構造を持つ。

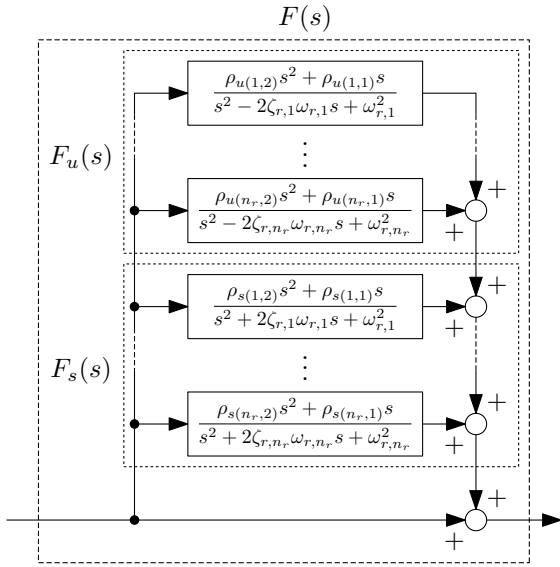


図5 共振フィルタのブロック線図。

Fig. 5. Block diagram of resonant filters.

$$\begin{aligned}
 F_{k_u,u}(j\omega_{k_f}, \boldsymbol{\rho}_{k_u,u}) &= \sum_{k_r=1}^{n_r} \frac{\rho_{k_u,u,(k_r,2)}(j\omega_{k_f})^2 + \rho_{k_u,u,(k_r,1)}(j\omega_{k_f})}{(j\omega_{k_f})^2 - 2\zeta_{r,k_r}\omega_{r,k_r}(j\omega_{k_f}) + \omega_{r,k_r}^2} \\
 &= \begin{bmatrix} \rho_{k_u,u,(1,1)} \\ \rho_{k_u,u,(1,2)} \\ \vdots \\ \rho_{k_u,u,(n_r,1)} \\ \rho_{k_u,u,(n_r,2)} \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \frac{(j\omega_{k_f})}{(j\omega_{k_f})^2 - 2\zeta_{r,1}\omega_{r,1}(j\omega_{k_f}) + \omega_{r,1}^2} \\ \frac{(j\omega_{k_f})}{(j\omega_{k_f})^2 - 2\zeta_{r,1}\omega_{r,1}(j\omega_{k_f}) + \omega_{r,1}^2} \\ \vdots \\ \frac{(j\omega_{k_f})}{(j\omega_{k_f})^2 - 2\zeta_{r,n_r}\omega_{r,n_r}(j\omega_{k_f}) + \omega_{r,n_r}^2} \\ \frac{(j\omega_{k_f})}{(j\omega_{k_f})^2 - 2\zeta_{r,n_r}\omega_{r,n_r}(j\omega_{k_f}) + \omega_{r,n_r}^2} \end{bmatrix} \\
 &= \boldsymbol{\rho}_{k_u,u}^T \boldsymbol{\phi}_u(j\omega_{k_f}) \quad (2) \\
 F_{k_u,s}(j\omega_{k_f}, \boldsymbol{\rho}_{k_u,s}) &= \sum_{k_r=1}^{n_r} \frac{\rho_{k_u,s,(k_r,2)}(j\omega_{k_f})^2 + \rho_{k_u,s,(k_r,1)}(j\omega_{k_f})}{(j\omega_{k_f})^2 + 2\zeta_{r,k_r}\omega_{r,k_r}(j\omega_{k_f}) + \omega_{r,k_r}^2} \\
 &= \begin{bmatrix} \rho_{k_u,s,(1,1)} \\ \rho_{k_u,s,(1,2)} \\ \vdots \\ \rho_{k_u,s,(n_r,1)} \\ \rho_{k_u,s,(n_r,2)} \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \frac{(j\omega_{k_f})}{(j\omega_{k_f})^2 + 2\zeta_{r,1}\omega_{r,1}(j\omega_{k_f}) + \omega_{r,1}^2} \\ \frac{(j\omega_{k_f})}{(j\omega_{k_f})^2 + 2\zeta_{r,1}\omega_{r,1}(j\omega_{k_f}) + \omega_{r,1}^2} \\ \vdots \\ \frac{(j\omega_{k_f})}{(j\omega_{k_f})^2 + 2\zeta_{r,n_r}\omega_{r,n_r}(j\omega_{k_f}) + \omega_{r,n_r}^2} \\ \frac{(j\omega_{k_f})}{(j\omega_{k_f})^2 + 2\zeta_{r,n_r}\omega_{r,n_r}(j\omega_{k_f}) + \omega_{r,n_r}^2} \end{bmatrix} \\
 &= \boldsymbol{\rho}_{k_u,s}^T \boldsymbol{\phi}_s(j\omega_{k_f}) \quad (3)
 \end{aligned}$$

ただし、各アクチュエータに対応する下付き添字を  $k_u \in \{p, v\}$ 、共振フィルタを設計する周波数の個数を  $n_r \in \mathbb{N}$ 、共振フィルタを設計する周波数のデータ番号を  $k_r = 1, \dots, n_r$ 、各アクチュエータの調整パラメータを  $\boldsymbol{\rho}_{k_u} \in \mathbb{R}^{2n_r+1}$ 、共振角周波数

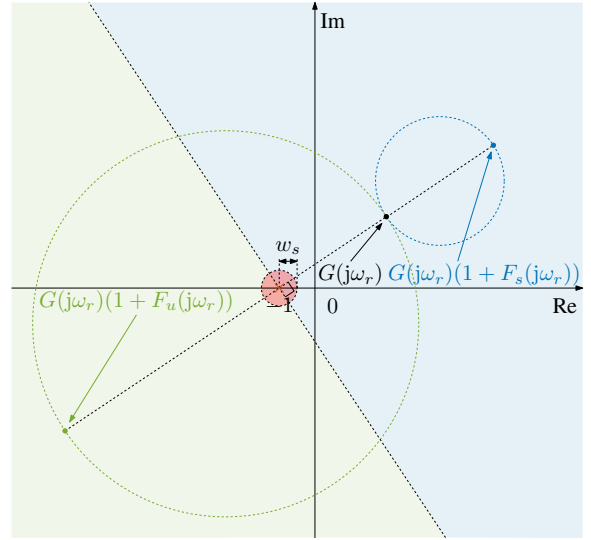


図6 ナイキスト線図における共振フィルタのベクトル軌跡。

Fig. 6. Vector locus of a resonant filter in Nyquist diagram.

を  $\omega_{r,k_r} \in \mathbb{R}_{>0}$ 、ダンピング係数を  $\zeta_{r,k_r} \in \mathbb{R}_{>0}$  とする。ここで、不安定共振モードと安定共振モードにおいて共振角周波数  $\omega_{r,k_r}$  とダンピング係数  $\zeta_{r,k_r}$  の値は共通であるが、ダンピング係数のある1次の項の符号が異なることに注意されたい。各共振モードにおいて、分子の調整パラメータ  $\rho_1$  と  $\rho_2$  は、それぞれ共振モードの位相とゲインに対応している。本論文において、設計する共振フィルタの共振角周波数  $\omega_{r,k_r}$  とダンピング係数  $\zeta_{r,k_r}$  は外乱や誤差の周波数特性から予め与えられているものとし、分子多項式の係数である調整パラメータ  $\boldsymbol{\rho}_{k_u}$  を調整することを目的とする。

**〈3・2〉 共振フィルタの位相安定化条件** ある共振周波数  $\omega_r$  を設計周波数とした場合の、ナイキスト線図における共振フィルタのベクトル軌跡の概形は図6のようになる。左下側の緑円が不安定共振モード  $F_u$ 、右上側の青円が安定共振モード  $F_s$  を設計した場合にそれぞれ対応する。例として、図6では  $(-1, j0)$  から設計周波数のベクトル軌跡上の点までの距離が不安定共振モードと安定共振モードのどちらの場合も等しく設計されている。 $(-1, j0)$  からベクトル軌跡上の点までの距離の逆数が感度関数のゲインに対応することから、設計周波数において等しい外乱抑圧性能が実現されることに注意されたい。

ナイキスト安定判別法に則ると、開ループ伝達関数の不安定極の個数だけベクトル軌跡が  $(-1, j0)$  を反時計回りに回れば、閉ループ系が安定となる。したがって、図6のように、不安定共振モードを設計する場合はベクトル軌跡が  $(-1, j0)$  を反時計回りに回るように、安定共振モードを設計する場合はベクトル軌跡が  $(-1, j0)$  を回らないようにすれば良い。

また、データ駆動ループ整形において各共振モードのゲインと位相を調整する上では、初期値の閉ループ系が安定

であれば、不安定共振点が左下側の緑の範囲、安定共振点が右上側の青の範囲にあるように、各周波数におけるベクトル軌跡の点と  $(-1, j0)$  の相対的な位置関係が保存されていれば、ベクトル軌跡が  $(-1, j0)$  を回る回数に変化しないため、最適化後の閉ループ系も安定であると言える。

### 〈3・3〉 共振フィルタのデータ駆動ループ整形の定式化

共振フィルタの位相安定化条件に加え、PZT のストローク制約に対応する  $y_p$  のスペクトルの上限値、ロバスト安定性のための感度関数ゲインの上限値を制約条件とすると、誤差の周波数スペクトルの最大値を最小化するように共振フィルタ設計する最適化問題は次のように定式化できる。

$$\text{minimize}_{\rho} \quad \max_{\forall k_c, \forall k_f} |e_{k_c}(j\omega_{k_f})| \quad (4a)$$

$$\text{subject to} \quad |y_{p,k_c}(j\omega_{k_f})| \leq y_{p,\max} \quad (4b)$$

$$w_s(j\omega_{k_f}) |S_{k_c}(j\omega_{k_f}, \rho)| \leq 1 \quad (4c)$$

$$-\frac{\pi}{2} \leq \angle(1 + L_{k_c}(j\omega_{k_f}, \rho)) - \angle(1 + L_{0,k_c}(j\omega_{k_f})) \leq \frac{\pi}{2} \quad (4d)$$

ただし、 $w_s$  は感度関数の重み関数、 $L_0$  を初期値の開ループ周波数応答とし、 $G_{k_c}$ 、 $L_{k_c}$ 、 $S_{k_c}$  を次のように定義する。

$$G_{k_c}(j\omega_r) = G_{p,k_c}(j\omega_{k_f}) + G_{v,k_c}(j\omega_{k_f}) \quad (5)$$

$$L_{k_c}(j\omega_{k_f}, \rho) = G_{p,k_c}(j\omega_{k_f})F_p(j\omega_{k_f}, \rho_p) + G_{v,k_c}(j\omega_{k_f})F_v(j\omega_{k_f}, \rho_v) \quad (6)$$

$$S_{k_c}(j\omega_{k_f}, \rho) = \frac{1}{1 + L_{k_c}(j\omega_{k_f}, \rho)} \quad (7)$$

式 (4) の非線形非凸最適化問題は、逐次線形化により反復凸最適化問題として計算することができる [6]。

## 4. 2 段アクチュエータ HDD ベンチマーク問題における外乱抑圧性能の検証

2 段アクチュエータ HDD ベンチマーク問題において、共振フィルタによる外乱抑圧性能の改善を検証する。

〈4・1〉 設計条件 制御対象と外乱の周波数応答のデータ点は、100 Hz からナイキスト周波数の  $F_s/2 = 1/2T_s = 25.2$  kHz まで線形に 1 Hz 刻みで取得し、データ点数を  $n_f = 25101$  とする。不安定共振フィルタは、安定性を満たすためにナイキスト線図上の  $(-1, j0)$  を囲うようなベクトル軌跡を描く必要があり必然的にハイゲインになることから、ストローク制約のある PZT への利用は適さない。したがって、図 2 に示すように、VCM 側は不安定共振モードと安定共振モードを持つように、PZT 側は安定共振モードのみを持つように共振フィルタを各アクチュエータに構成する。初期値として、安定共振モードの分子の調整パラメータを  $\rho_s = 0$  とし、 $F_{ps} = F_{vs} = 0$  とする。共振フィルタの設計周波数は図 7 において垂直黒点線のある 4 つの周波数とし、共振フィルタのダンピング係数は全て  $\zeta_r = 0.002$  とする。閉ループ系が安定になるように VCM 側の不安定共振モード  $F_{vu}$  を設計した初期値の共振フィルタを図 7 の赤線に示す。また、

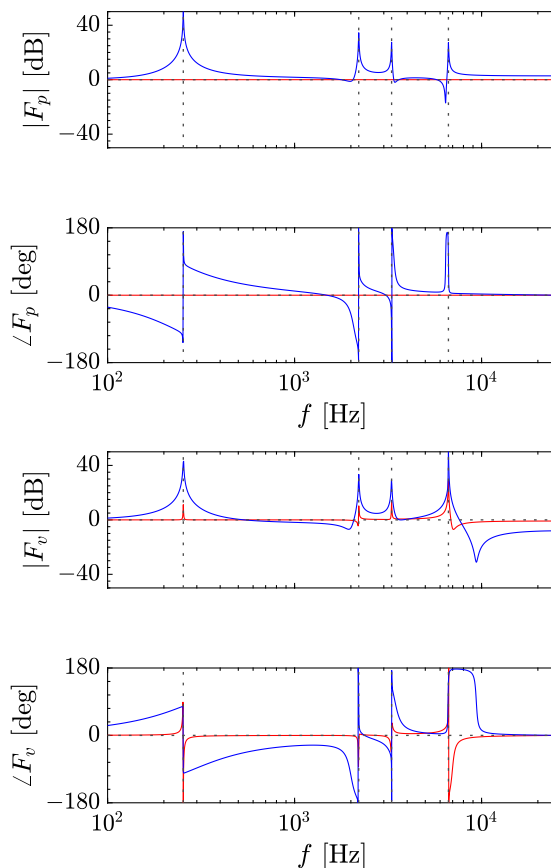


図 7 共振フィルタの周波数応答。上:  $F_p$ 。下:  $F_v$ 。赤線 (—) は初期値、青線 (—) は最適化後をそれぞれ示す。垂直黒点線 (---) は共振フィルタの設計周波数を示す。

Fig. 7. Frequency responses of resonant filters. Top:  $F_p$ . Bottom:  $F_v$ . Red lines (—) denote initial values and blue lines (—) denote optimized values, respectively. Vertical black dotted lines (---) denote designed frequencies of resonant filters.

初期値の共振フィルタにおける感度関数とナイキスト線図を図 8 と図 9 にそれぞれ示す。感度関数ゲインの上限値を  $1/w_s = 10$  dB とする。共振フィルタは極・零点マッチングで離散化され、離散時間のシングルレートで実装される。

〈4・2〉 共振フィルタの最適化結果 共振フィルタの最適化計算は YALMIP [8] と MOSEK [9] を用いて行い、反復最適化は 1 つ前の結果と比較して評価関数の改善が 0.1 % 未満になるまで行う。最適化後の共振フィルタにおけるナイキスト線図、感度関数、誤差スペクトルを図 10、図 11、図 12 にそれぞれ示す。図 10 より、従来の不安定極か安定極どちらかだけの共振フィルタの場合と違い、不安定極と安定極の統合により楕円形のベクトル軌跡を描いており、ループ整形の観点でより高い自由度を実現している。

〈4・3〉 トラック追従性能の評価 2 段アクチュエータ HDD ベンチマーク問題において、9 つのモデル変動に対するトラック追従性能の検証を行う。共振フィルタ無し、初

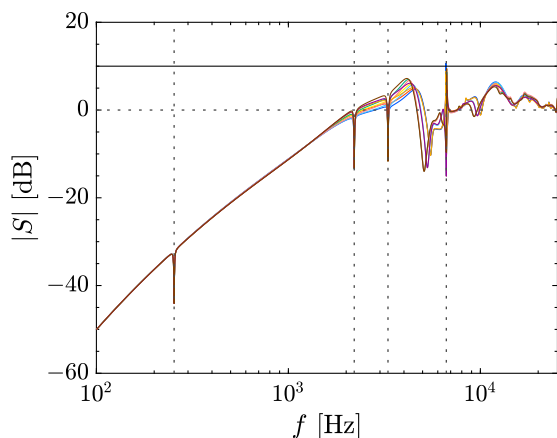


図8 初期値の共振フィルタにおける感度関数。

Fig. 8. Sensitivity function with initial resonant filters.

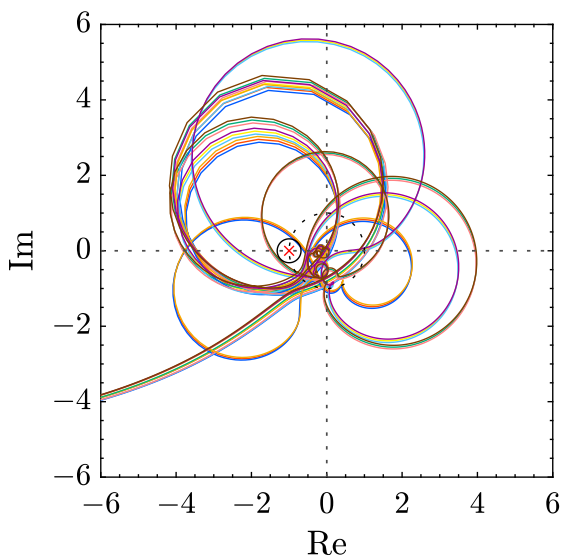


図9 初期値の共振フィルタにおけるナイキスト線図。

Fig. 9. Nyquist diagram with initial resonant filters.

期値、最適化後における、時間領域シミュレーションの結果の比較を図13に示す。図13より、9つのモデル変動の全ての場合において最適化後の共振フィルタを用いた場合にトラック追従誤差が小さくなることが確認できる。また、図14のPZTの最大ストロークより、全ての場合において最大ストローク制約を満たしていることが確認できる。以上の結果より、不安定極と安定極を統合した共振フィルタのデータ駆動ループ整形により、トラック追従性能が改善可能であることが確認された。

## 5. 結論

本論文では、2段アクチュエータHDDのトラック追従性能を改善するための、不安定極と安定極を統合した共振

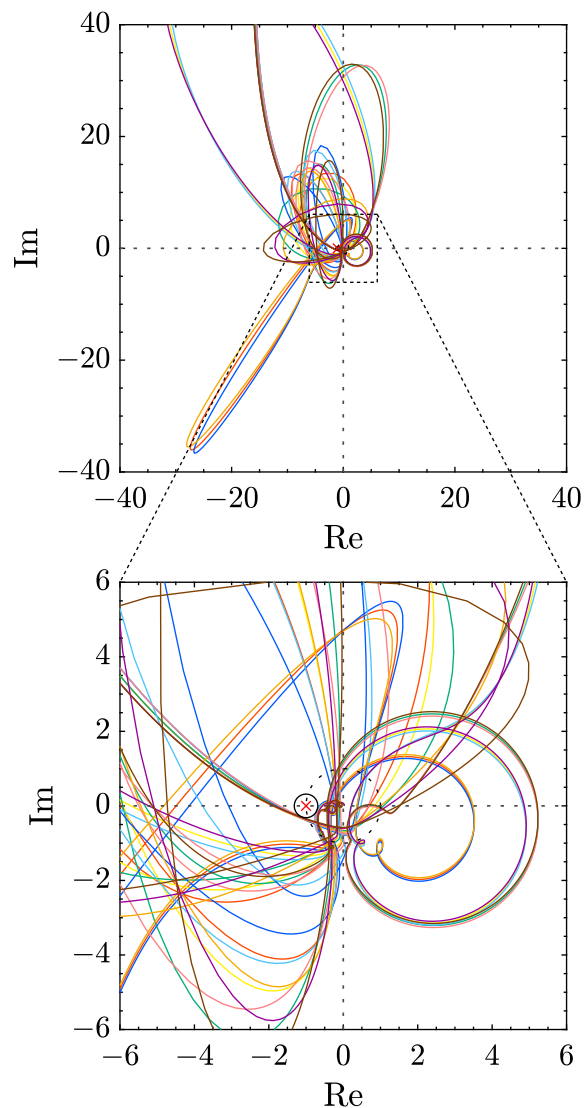


図10 最適化後の共振フィルタにおけるナイキスト線図。

Fig. 10. Nyquist diagram with optimized resonant filters.

フィルタによるデータ駆動ループ整形の手法について紹介した。不安共振モードと安定共振モードのそれぞれの場合のナイキスト安定判別において、位相安定化条件が1つの制約条件式で表されることを示した。初期値として設計された閉ループ安定な不安共振モードに対して、追加で同じ設計周波数の安定共振モードを統合することにより、楕円形のベクトル軌跡を描くことが可能となり、従来よりも自由度の高いループ整形を実現した。2段アクチュエータHDDベンチマーク問題において、最適化後の共振フィルタを用いることによるトラック追従性能の改善が確認された。閉ループ系が安定な不安共振フィルタの初期値の体系的な設計方法、共振フィルタにおける不安定極と安定極の効果的な使い分けや最適化の計算過程における適切な切り替え方法などが今後の研究課題である。



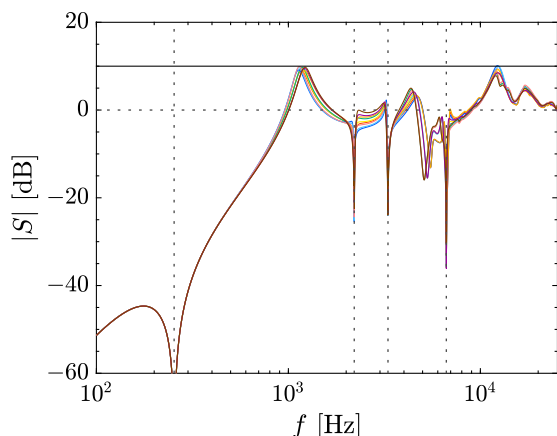


図 11 最適化後の共振フィルタにおける感度関数。

Fig. 11. Sensitivity function with optimized resonant filters.

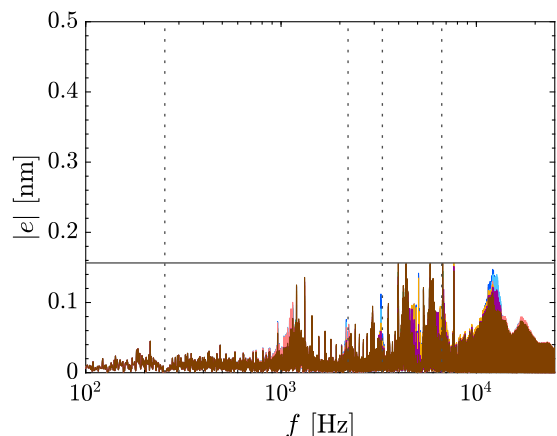


図 12 最適化後の共振フィルタにおける誤差スペクトル。

Fig. 12. Amplitude spectrum of  $e$  with optimized resonant filters.

## 文 献

- (1) Atsumi, T.: Magnetic-head positioning control system in HDDs, <https://jp.mathworks.com/matlabcentral/fileexchange/111515> (2022).
- (2) Murakami, H. and Yabui, S.: Loop Shaping Method Based on Data Considering Mechanism Constraints for Each Actuator in DISO Magnetic Head Position Control System in HDDs, in *2024 IEEE 18th International Conference on Advanced Motion Control (AMC)*, pp. 1–6, IEEE (2024).
- (3) Wang, X., Ohnishi, W. and Atsumi, T.: Systematic Filter Design by Convex Optimization for Disturbance Rejection in Dual-Stage Actuated Hard Disk Drives, in *The 22nd IFAC World Congress*, Vol. 56, pp. 10608–10613 (2023).
- (4) Muto, R. and Uchimura, Y.: Controller design for HDD benchmark problem using RNN-based reinforcement learning, in *The 22nd IFAC World Congress*, Vol. 56, pp. 4424–4429 (2023).
- (5) Atsumi, T., Okuyama, A. and Kobayashi, M.: Track-Following Control Using Resonant Filter in Hard Disk Drives, *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, Vol. 12, No. 4, pp. 472–479 (2007).
- (6) Mae, M., Ohnishi, W. and Fujimoto, H.: Frequency Response Data-based Resonant Filter Design considering Phase Stabilization and Stroke Limitation applied to Dual-Stage Actuator Hard Disk Drives, in *The 22nd IFAC World Congress*, Vol. 56, pp. 10614–10619 (2023).
- (7) Atsumi, T., Yabui, S., Okuyama, A. and Mae, M.: Loop-shaping method with unstable poles for magnetic-head positioning control in hard disk drive, in *2024 IEEE International Conference on Advanced Intelligent Mechatronics (AIM)*, pp. 818–823, IEEE (2024).
- (8) Lofberg, J.: YALMIP : a toolbox for modeling and optimization in MATLAB, in *2004 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pp. 284–289, IEEE (2004).
- (9) MOSEK, : MOSEK 10.1, <https://www.mosek.com> (2023).

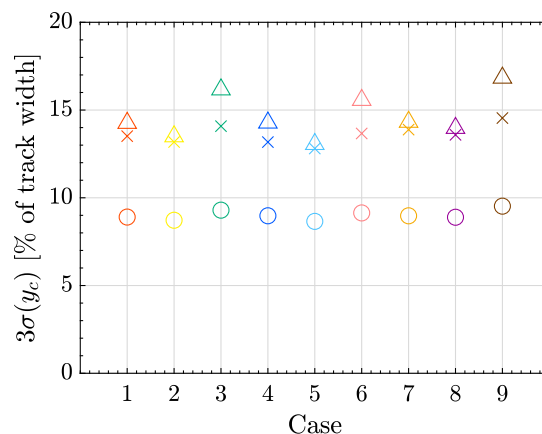


図 13 トラック追従性能  $3\sigma(y_c)$ 。×, △, ○は、共振フィルタ無し、初期値、最適化後を示す。

Fig. 13. Track-following performance  $3\sigma(y_c)$ . ×, △, and ○ denote without, with initial and with optimized resonant filters.

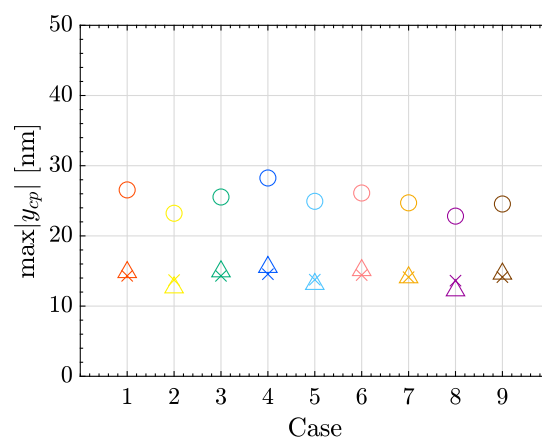


図 14 PZT の最大ストローク  $\max|y_{cp}|$ 。×, △, ○は共振フィルタ無し、初期値、最適化後を示す。

Fig. 14. Maximum stroke in a PZT actuator  $\max|y_{cp}|$ . ×, △, and ○ denote without, with initial and with optimized resonant filters.