

2 段アクチュエータ HDD ベンチマーク問題におけるトラックシークのロバスト性能のためのモーダルマルチレートフィードフォワード制御

前 匡鴻（東京大学）

Modal Multirate Feedforward Control for Robust Performance
of Track Seeking in Dual-Stage-Actuator HDD Benchmark Problem

Masahiro Mae (The University of Tokyo)

Track seeking control of the magnetic-head positioning system in Hard Disk Drives (HDD) is fundamental for reducing read and write times as well as increasing data storage capacity. The aim of this paper is to design a multirate feedforward controller based on mode decomposition to improve the robust performance of track seeking in HDD. Compared to conventional single-rate and multirate feedforward control, the intersample behavior and robust performance against modeling errors can be improved by the multirate feedforward controller based on mode decomposition. The control performance is validated by a dual-stage actuator HDD benchmark problem in track seeking control.

キーワード：位置決め制御系, ロバスト性能, モード分解, トラックシーク, マルチレートフィードフォワード制御, ハードディスクドライブ

(positioning control, robust performance, mode decomposition, track seeking, multirate feedforward control, hard disk drive)

1. 序論

ハードディスクドライブ (HDD) は、これからの社会で需要の高まりが予想される AI 技術に必要なデータセンターにおいて、大量のデータを保存する中核の役割を担っている。HDD の大容量化には、データの読み書きに用いられる磁気ヘッドの位置決め精度向上が必要不可欠であり、フィードバック制御が主体のトラックフォロ잉制御系とフィードフォワード制御が主体のトラックシーク制御系の両面で技術革新による性能向上が求められる。

トラックシーク制御系においてはこれまで、マルチレートフィードフォワード制御⁽¹⁾⁽²⁾、終端状態制御⁽³⁾⁽⁴⁾、初期値補償⁽⁵⁾⁽⁶⁾、サンプル値多項式⁽⁷⁾⁽⁸⁾、など多様な制御手法が提案されている。一方で、高次モデルの逆系を用いたサンプル値制御におけるリフティングのサンプル数に関する検討や、サンプル点間振動によるモデル化されていない高次共振モードへの影響を考慮した研究は少ない。本論文では、複数共振モードを持つ HDD の磁気ヘッドのトラックシーク制御系に対して、モーダルマルチレートフィードフォワード制御⁽⁹⁾を用いることで、モデル化誤差に対するロバスト性能を実現する。本論文の貢献は次の通りである。

- (1) 高次モデルの剛体モードに着目した 2 サンプルリフティングによるマルチレートフィードフォワード制御
- (2) サンプル点間応答によるモデルに含まれない高次共振モードへの影響を考慮したロバスト性能の検証

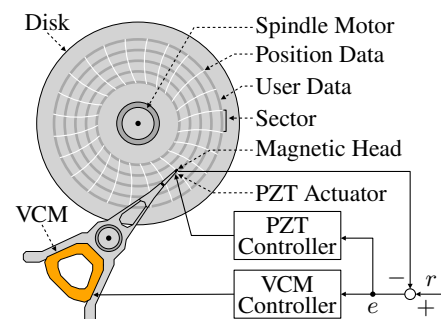


図 1 2 段アクチュエータのハードディスクドライブ

Fig. 1. Hard disk drive with a dual-stage actuator.

2. 問題設定

本論文で扱う 2 段アクチュエータ HDD ベンチマーク問題⁽¹⁰⁾における制御対象の構成を図 1 に示す。この HDD は、ボイスコイルモータ (VCM) と piezo アクチュエータ (PZT) の 2 つのアクチュエータにより構成される、ディスク上の磁気ヘッドの位置決め制御系となっている。トラックピッチを $T_p = 52.7 \text{ nm}$, サンプルング時間を $T_s = 1/(7200/60)/420 \approx 1.9841 \times 10^{-6} \text{ s}$ とする。また、機械的な可動域の制約から連続時間の PZT の変位 y_{cp} は $\pm 50 \text{ nm}$ 未満である必要がある。

2 段アクチュエータ HDD のトラックシーク制御系のブロック線図を図 2 に示す。ここで、 P_c は連続時間の制御対象、 C_d は離散時間のシングルレートフィードバック制御器、

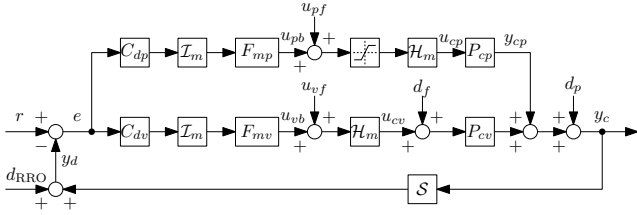


図2 2段アクチュエータのハードディスクドライブにおけるトラックシーキング制御のブロック線図

Fig. 2. Block diagram of track seeking control in a hard disk drive with a dual-stage actuator.

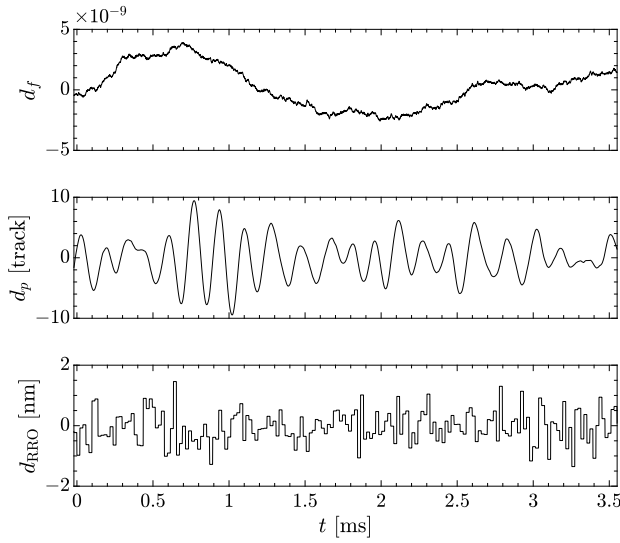


図3 外乱の時系列信号

Fig. 3. Time-series signal of disturbances.

F_m は離散時間のマルチレートフィルタを示す。下付き添字の p と v は PZT と VCM をそれぞれ表す。 I_m をインターポレータ、 H_m をマルチレートホールド、 S をサンプリングとする。マルチレート数を $m=2$ とする。回転振動 d_f 、ファン振動 d_p 、目標トラックのノイズ d_{RRO} の時系列信号を図3に示す。温度依存性によるモデル変動を考慮した、5°Cの低温 (LT)、25°Cの室温 (RT)、55°Cの高温 (HT) のそれぞれの状態における PZT と VCM の周波数応答を図4と図5に示す。本論文では、トラックシーキング制御の指令値 r 、VCM のフィードフォワード信号 u_{vf} 、PZT のフィードフォワード信号 u_{pf} の3つを設計する。

3. モーダルマルチレートフィードフォワード制御

〈3・1〉 目標状態変数軌道生成 1入力1出力 n 次の連続時間線形時不変システムが次のように与えられるとする。

$$G_c(s) = \frac{B(s)}{A(s)} = \frac{b_m s^m + \dots + b_1 s + b_0}{s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \dots + a_1 s + a_0} \quad (1)$$

ただし、 $n > m$ 、 $b_0 \neq 0$ とする。 G_c の可制御正準形 $G_{c,ccf}^s = (A_{c,ccf}, b_{c,ccf}, c_{c,ccf}, 0)$ は次のように与えられる。

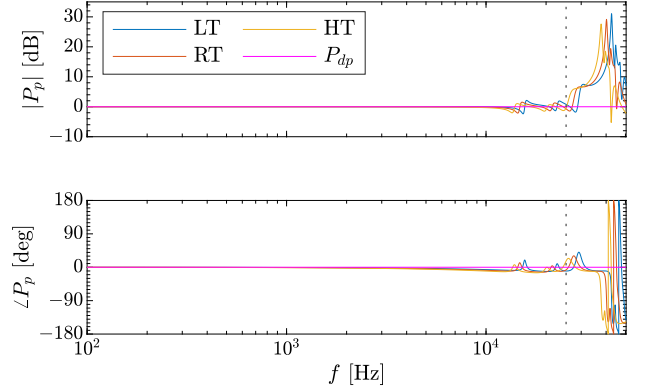


図4 PZT の周波数応答

Fig. 4. Frequency responses of PZT.

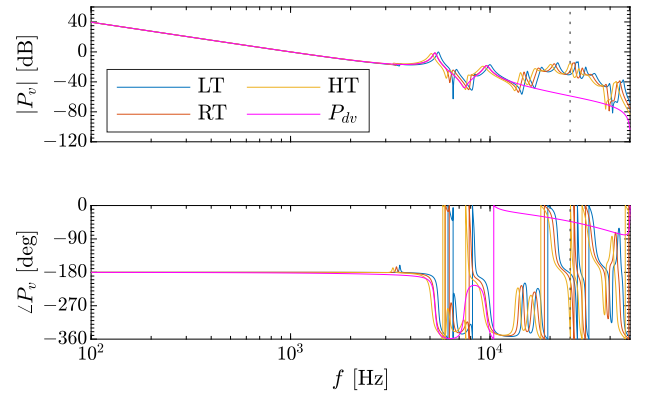


図5 VCM の周波数応答

Fig. 5. Frequency responses of VCM.

$$\dot{\mathbf{x}}_{ccf}(t) = \mathbf{A}_{c,ccf} \mathbf{x}_{ccf}(t) + \mathbf{b}_{c,ccf} u(t) \quad (2)$$

$$y(t) = \mathbf{c}_{c,ccf} \mathbf{x}_{ccf}(t) \quad (3)$$

$$\left[\begin{array}{c|c} \mathbf{A}_{c,ccf} & \mathbf{b}_{c,ccf} \\ \hline \mathbf{c}_{c,ccf} & 0 \end{array} \right] = \left[\begin{array}{cccc|c} 0 & 1 & & 0 & 0 \\ & \ddots & \ddots & & \vdots \\ 0 & & 0 & 1 & 0 \\ -a_0 & \cdots & \cdots & -a_{n-1} & 1 \\ b_0 & \cdots & b_m & 0 & 0 \end{array} \right] \quad (4)$$

状態変数軌道生成フィルタは次のように与えられる。

$$\beta(t) = \mathcal{L}^{-1} [B(s)^{-1}] \quad (5)$$

ただし、 $\mathcal{L}[\cdot]$ は片側ラプラス変換を示す。可制御正準形における目標状態変数軌道は次のように与えられる。

$$\hat{\mathbf{x}}_{ccf}(t) = \int_0^t \beta(t-\tau) \bar{\mathbf{r}}_n(\tau) d\tau \quad (6)$$

$$\hat{\mathbf{x}}_{ccf}(t) = [\hat{x}_{ccf}(t) \quad \cdots \quad \hat{x}_{ccf,n-1}(t)]^T \quad (7)$$

$$\bar{\mathbf{r}}_n(t) = \left[1 \quad \cdots \quad \frac{d^{n-1}}{dt^{n-1}} \right]^T r(t) \quad (8)$$

$B(s)^{-1}$ が不安定極を持つ場合は、安定不安定分解を行うと、

$$B(s)^{-1} = B_s^{-1}(s) + B_u^{-1}(s) \quad (9)$$

となり、 $B_s^{-1}(s)$ の全ての極 $p_s \in \mathbb{C}$ は $\text{Re}(p_s) \leq 0$ であり、 $B_u^{-1}(s)$ の全ての極 $p_u \in \mathbb{C}$ は $\text{Re}(p_u) > 0$ とする。安定部と不安定部の状態変数軌道生成フィルタは次のように与えられる。

$$\beta_s(t) = \mathcal{L}^{-1} [B_s^{-1}(s)], \quad \beta_u(t) = \mathcal{L}^{-1} [B_u^{-1}(-s)] \quad (10)$$

可制御正準形における有界な目標状態変数軌道 $\hat{\mathbf{x}}_{ccf}$ は、安定部と不安定部の状態変数軌道から次のように与えられる。

$$\hat{\mathbf{x}}_s(t) = \int_{-\infty}^t \beta_s(t-\tau) \bar{r}_n(\tau) d\tau \quad (11)$$

$$\hat{\mathbf{x}}_u(t) = \int_t^{\infty} \beta_u(t-\tau) \bar{r}_n(\tau) d\tau \quad (12)$$

$$\hat{\mathbf{x}}_{ccf}(t) = \hat{\mathbf{x}}_s(t) + \hat{\mathbf{x}}_u(t) \quad (13)$$

〈3・2〉 複数モード系の定義 連続時間の複数モード系を次のように定義する。

$$G_c(s) = \sum_{k_m=1}^{n_m} \frac{\kappa_{k_m}}{s^2 + 2\zeta_{k_m}\omega_{k_m}s + \omega_{k_m}^2} = \sum_{k_m=1}^{n_m} G_{c,mod,k_m}(s) \quad (14)$$

ただし、 ω を共振角周波数、 ζ をダンピング係数、 κ をモードゲイン、 n_m をモードの数とする。 G_c のモード正準形 $G_{c,mod} \stackrel{s}{=} (A_{c,mod}, b_{c,mod}, c_{c,mod}, 0)$ は次のように与えられる。

$$\dot{\mathbf{x}}_{mod}(t) = A_{c,mod}\mathbf{x}_{mod}(t) + b_{c,mod}u(t) \quad (15)$$

$$y(t) = c_{c,mod}\mathbf{x}_{mod}(t) \quad (16)$$

ただし、

$$\left[\begin{array}{c|c} A_{c,mod} & b_{c,mod} \\ \hline c_{c,mod} & 0 \end{array} \right] = \left[\begin{array}{cc|c} A_{c,mod,1} & \mathbf{0} & b_{c,mod,1} \\ & \ddots & \vdots \\ \mathbf{0} & A_{c,mod,n_m} & b_{c,mod,n_m} \\ \hline c_{c,mod,1} & \cdots & c_{c,mod,n_m} & 0 \end{array} \right] \quad (17)$$

$$\mathbf{x}_{mod}(t) = [\mathbf{x}_{mod,1}(t) \quad \cdots \quad \mathbf{x}_{mod,n_m}(t)]^T \quad (18)$$

とし、2次系の各モードに対応するサブシステム $G_{c,mod,k_m} \stackrel{s}{=} (A_{c,mod,k_m}, b_{c,mod,k_m}, c_{c,mod,k_m}, 0)$ は次のように与えられる。

$$\left[\begin{array}{c|c} A_{c,mod,k_m} & b_{c,mod,k_m} \\ \hline c_{c,mod,k_m} & 0 \end{array} \right] = \left[\begin{array}{cc|c} 0 & 1 & 0 \\ -\omega_{k_m}^2 & -2\zeta_{k_m}\omega_{k_m} & 1 \\ \hline \kappa_{k_m} & 0 & 0 \end{array} \right] \quad (19)$$

$$\mathbf{x}_{mod,k_m}(t) = [x_{mod,k_m,0}(t) \quad x_{mod,k_m,1}(t)]^T \quad (20)$$

可制御正準形からモード正準形への状態変数変換行列 T_{mod} は次のように与えられる。

$$T_{mod} = [b_{c,mod} \quad \cdots \quad A_{c,mod}^{n-1} b_{c,mod}] \begin{bmatrix} a_1 & \cdots & a_{n-1} & 1 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ a_{n-1} & \ddots & \ddots & \vdots \\ 1 & & & 0 \end{bmatrix} \quad (21)$$

$$G_{c,mod} = \mathcal{T}(G_{c,ccf}, T_{mod}), \quad \mathbf{x}_{mod}(t) = T_{mod}\mathbf{x}_{ccf}(t) \quad (22)$$

〈3・3〉 和の分解によるマルチレートフィードフォワード制御 選択したモード $\mu = \{k_m | k_m \in 1, \dots, n_m\}$ に対して、選択したモードの次数を $\nu = 2 \times \text{number}[\mu]$ とし、選択したモードに対応する置換行列を $T_\mu = [E_\mu, E_\times]^T$ と定義する。ただし、 E_μ と $E_\times$ は選択したモードと選択しなかったモードの正規基底ベクトルにより構成され、モード k_m に対する正

規基底ベクトルを $E_{k_m} = [\mathbf{0}_{2 \times 2(k_m-1)}, \mathbf{I}_2, \mathbf{0}_{2 \times 2(n_m-k_m)}]$ と定義する。上側 ν 個の状態変数を取り出すモデル低次元化行列を $T_\nu = [\mathbf{I}_\nu, \mathbf{0}_{\nu \times (n-\nu)}]$ と定義すると、選択したモードのシステム $G_{c,\mu}$ は次のように与えられる。

$$\dot{\mathbf{x}}_\mu(t) = A_{c,\mu}\mathbf{x}_\mu(t) + b_{c,\mu}u(t) \quad (23)$$

$$y(t) = c_{c,\mu}\mathbf{x}_\mu(t) \quad (24)$$

ただし、 $\mathbf{x}_\mu(t) = T_\nu T_\mu \mathbf{x}_{mod}(t)$, $A_{c,\mu} = T_\nu T_\mu A_{c,mod} T_\mu^{-1} T_\nu^T$, $b_{c,\mu} = T_\nu T_\mu b_{c,mod}$, $c_{c,\mu} = c_{c,mod} T_\mu^{-1} T_\nu^T$ とする。 $G_{c,\mu}$ の離散時間システムは次のように与えられる。

$$G_{d,\mu} \stackrel{z}{=} SG_{c,\mu}\mathcal{H} = \left[\begin{array}{c|c} A_{d,\mu} & b_{d,\mu} \\ \hline c_{d,\mu} & 0 \end{array} \right] \quad (25)$$

$G_{d,\mu}$ を ν サンプルリフティングしたシステム

$$\underline{G}_{d,\mu} \stackrel{z}{=} \mathcal{L}_\nu G_{d,\mu} \mathcal{L}_\nu^{-1} = \left[\begin{array}{c|c} \underline{A}_{d,\mu} & \underline{b}_{d,\mu} \\ \hline \underline{c}_{d,\mu} & \underline{d}_{d,\mu} \end{array} \right] \quad (26)$$

の状態方程式の逆系から、和の分解によるマルチレートフィードフォワード制御入力 u は次のように与えられる。

$$u[k] = \mathcal{L}_\nu^{-1} (\underline{B}_{d,\mu}^{-1} \hat{\mathbf{x}}_\mu[i_\nu + 1] - \underline{B}_{d,\mu}^{-1} \underline{A}_{d,\mu} \hat{\mathbf{x}}_\mu[i_\nu]) \\ = \mathcal{L}_\nu^{-1} \underline{B}_{d,\mu}^{-1} (\mathbf{I} - z^{-\nu} \underline{A}_{d,\mu}) \hat{\mathbf{x}}_\mu[i_\nu + 1] \quad (27)$$

ただし、 $\hat{\mathbf{x}}_\mu[i_\nu] = S_\nu T_\nu T_\mu \hat{\mathbf{x}}_{mod}(t)$ とする。生成されたフィードフォワード入力 u により、 ν サンプル毎に選択したモード μ に対応する状態変数に対して完全追従制御が達成される。ここで、選択した状態変数に対しての完全追従は出力に対する完全追従を保証していないことに注意されたい。

〈3・4〉 積の分解によるマルチレートフィードフォワード制御 モード正準形の離散時間システム $G_{d,mod} \stackrel{z}{=} (A_{d,mod}, b_{d,mod}, c_{d,mod}, 0) = SG_{c,mod}\mathcal{H}$ を1サンプルシフトさせた、入力 $u[k]$ から出力 $y[k+1]$ までのシステム $\tilde{G}_{d,mod} \stackrel{z}{=} (\tilde{A}_{d,mod}, \tilde{b}_{d,mod}, \tilde{c}_{d,mod}, \tilde{d}_{d,mod})$ は次のように与えられる。

$$\left[\begin{array}{c|c} \tilde{A}_{d,mod} & \tilde{b}_{d,mod} \\ \hline \tilde{c}_{d,mod} & \tilde{d}_{d,mod} \end{array} \right] = \left[\begin{array}{c|c} A_{d,mod} & b_{d,mod} \\ \hline c_{d,mod} A_{d,mod} & c_{d,mod} b_{d,mod} \end{array} \right] \quad (28)$$

$V \in \mathbb{R}^{n \times \nu}$ と $V_\times \in \mathbb{R}^{n \times (n-\nu)}$ をそれぞれ G_{mr} の極と G_{sr} の零点に対応する不変部分空間 $A = \tilde{A}_{d,mod}$ と $A_\times = \tilde{A}_{d,mod} - \tilde{b}_{d,mod} \tilde{d}_{d,mod}^{-1} \tilde{c}_{d,mod}$ の行空間とし、フルランクの $S = [V \quad V_\times]$ より、選択したモード μ に対応する状態変数 ν に対して、 Π を次のように定義する。

$$\Pi = S \begin{bmatrix} \mathbf{I}_\nu & \mathbf{0}_{\nu \times (n-\nu)} \\ \mathbf{0}_{(n-\nu) \times \nu} & \mathbf{0}_{(n-\nu)} \end{bmatrix} S^{-1} \quad (29)$$

そして、次のような状態空間実現を得る。

$$G_{mrf} \stackrel{z}{=} \left[\begin{array}{c|c} \tilde{A}_{d,mod} & \Pi \tilde{b}_{d,mod} \tilde{d}_{d,mod}^{-1} \\ \hline \tilde{c}_{d,mod} & 1 \end{array} \right] \quad (30)$$

$$G_{srf} \stackrel{z}{=} \left[\begin{array}{c|c} \tilde{A}_{d,mod} & \tilde{b}_{d,mod} \\ \hline \tilde{c}_{d,mod} (\mathbf{I} - \Pi) & \tilde{d}_{d,mod} \end{array} \right] \quad (31)$$

置換行列 T_μ を用いて、

$$\mathcal{T}(G_{mrf}, T_\mu) \stackrel{z}{=} \left[\begin{array}{c|c} A_{mr} & \mathbf{0} & b_{mr} \\ \hline \mathbf{0} & A_{sr} & \mathbf{0} \\ \hline c_{mr} & c_{mrr} & 1 \end{array} \right] \quad (32)$$

$$\mathcal{T}(G_{sr}, T_\mu) \stackrel{z}{=} \left[\begin{array}{c|c|c} \mathbf{A}_{mr} & \mathbf{O} & \mathbf{b}_{sr} \\ \mathbf{O} & \mathbf{A}_{sr} & \mathbf{b}_{sr} \\ \hline \mathbf{0} & \mathbf{c}_{sr} & d_{sr} \end{array} \right] \quad (33)$$

のように状態変数変換を行い，状態変数 $\mathbf{x}_{mr}$ に対するシステム G_{mr} と状態変数 $\mathbf{x}_{sr}$ に対応するシステム G_{sr} は次のように与えられる。

$$G_{mr} \stackrel{z}{=} \left[\begin{array}{c|c} \mathbf{A}_{mr} & \mathbf{b}_{mr} \\ \hline \mathbf{c}_{mr} & 1 \end{array} \right], \quad G_{sr} \stackrel{z}{=} \left[\begin{array}{c|c} \mathbf{A}_{sr} & \mathbf{b}_{sr} \\ \hline \mathbf{c}_{sr} & d \end{array} \right] \quad (34)$$

状態変数変換行列 T_{ms} は次のように与えられる。

$$T_{ms} = \left[\begin{array}{c|c} \mathbf{I}_v & \mathbf{X} \\ \hline \mathbf{O}_{v \times (n-v)} & \mathbf{I}_{(n-v)} \end{array} \right]^{-1} \quad (35)$$

ただし， $\mathbf{X} \in \mathbb{R}^{v \times (n-v)}$ は次のシルベスター方程式の解とする。

$$\mathbf{A}_{mr}\mathbf{X} - \mathbf{X}\mathbf{A}_{sr} = \mathbf{b}_{mr}\mathbf{c}_{sr} \quad (36)$$

$\tilde{G}_{ms} \stackrel{z}{=} (\tilde{\mathbf{A}}_{ms}, \tilde{\mathbf{b}}_{ms}, \tilde{\mathbf{c}}_{ms}, d) = \mathcal{T}(\tilde{G}_{d,mod}, T_{ms}T_\mu) = G_{mr}G_{sr}$ は次のように与えられる。

$$\left[\begin{array}{c|c} \tilde{\mathbf{A}}_{ms} & \tilde{\mathbf{b}}_{ms} \\ \hline \tilde{\mathbf{c}}_{ms} & d \end{array} \right] = \left[\begin{array}{c|c|c} \mathbf{A}_{mr} & \mathbf{b}_{mr}\mathbf{c}_{sr} & \mathbf{b}_{mr}d \\ \mathbf{O} & \mathbf{A}_{sr} & \mathbf{b}_{sr} \\ \hline \mathbf{c}_{mr} & \mathbf{c}_{sr} & d \end{array} \right] \quad (37)$$

G_{mr} を v サンプルリフティングしたシステムは次のように与えられる。

$$\underline{G}_{mr} \stackrel{z^v}{=} \mathcal{L}_v G_{mr} \mathcal{L}_v^{-1} = \left[\begin{array}{c|c} \underline{\mathbf{A}}_{mr} & \underline{\mathbf{B}}_{mr} \\ \hline \underline{\mathbf{C}}_{mr} & 0 \end{array} \right] \quad (38)$$

$\underline{G}_{mr}$ の状態方程式の逆系より，シングルレート逆系の指令値 r_{sr} は次のように与えられる。

$$\begin{aligned} r_{sr}[k] &= \mathcal{L}_v^{-1} (\underline{\mathbf{B}}_{d,mr}^{-1} \hat{\mathbf{x}}_{mr}[i_v + 1] - \underline{\mathbf{B}}_{d,mr}^{-1} \underline{\mathbf{A}}_{d,mr} \hat{\mathbf{x}}_{mr}[i_v]) \\ &= \mathcal{L}_v^{-1} \underline{\mathbf{B}}_{d,mr}^{-1} (\mathbf{I} - z^{-v} \underline{\mathbf{A}}_{d,mr}) \hat{\mathbf{x}}_{mr}[i_v + 1] \end{aligned} \quad (39)$$

ただし， $\hat{\mathbf{x}}_\mu[i_v] = \mathbf{S}_v \mathbf{T}_v T_{ms} T_\mu \hat{\mathbf{x}}_{mod}(t)$ とする。以上より，積の分解のマルチレートフィードフォワード制御入力 u は次のように与えられる。

$$u[k] = G_{sr}^{-1} r_{sr}[k] = \left[\begin{array}{c|c} \mathbf{A}_{sr} - \mathbf{b}_{sr} d_{sr}^{-1} \mathbf{c}_{sr} & \mathbf{b}_{sr} d_{sr}^{-1} \\ \hline -d_{sr}^{-1} \mathbf{c}_{sr} & d_{sr}^{-1} \end{array} \right] r_{sr}[k] \quad (40)$$

G_{sr}^{-1} が不安定極を持つ場合は，安定不安定分解行うと，

$$\begin{bmatrix} \mathbf{x}_s[k+1] \\ \mathbf{x}_u[k+1] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_s & \mathbf{O} \\ \mathbf{O} & \mathbf{A}_u \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}_s[k] \\ \mathbf{x}_u[k] \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{b}_s \\ \mathbf{b}_u \end{bmatrix} r[k+1] \quad (41)$$

$$u[k] = \begin{bmatrix} \mathbf{c}_s & \mathbf{c}_u \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}_s[k] \\ \mathbf{x}_u[k] \end{bmatrix} + dr[k+1] \quad (42)$$

となり， $|\lambda(\mathbf{A}_s)| \leq 1$ ， $|\lambda(\mathbf{A}_u)| > 1$ とする。有界なフィードフォワード制御入力 u は $\mathbf{x}_s$ を時間軸順方向， $\mathbf{x}_u$ を時間軸逆方向に解くと，次のように与えられる。

$$\mathbf{x}_s[k+1] = \mathbf{A}_s \mathbf{x}_s[k] + \mathbf{b}_s r[k+1], \quad \mathbf{x}_s[-\infty] = \mathbf{0} \quad (43)$$

$$\mathbf{x}_u[k+1] = \mathbf{A}_u \mathbf{x}_u[k] + \mathbf{b}_u r[k+1], \quad \mathbf{x}_u[\infty] = \mathbf{0} \quad (44)$$

$$u[k] = \mathbf{c}_s \mathbf{x}_s[k] + \mathbf{c}_u \mathbf{x}_u[k] + dr[k+1] \quad (45)$$

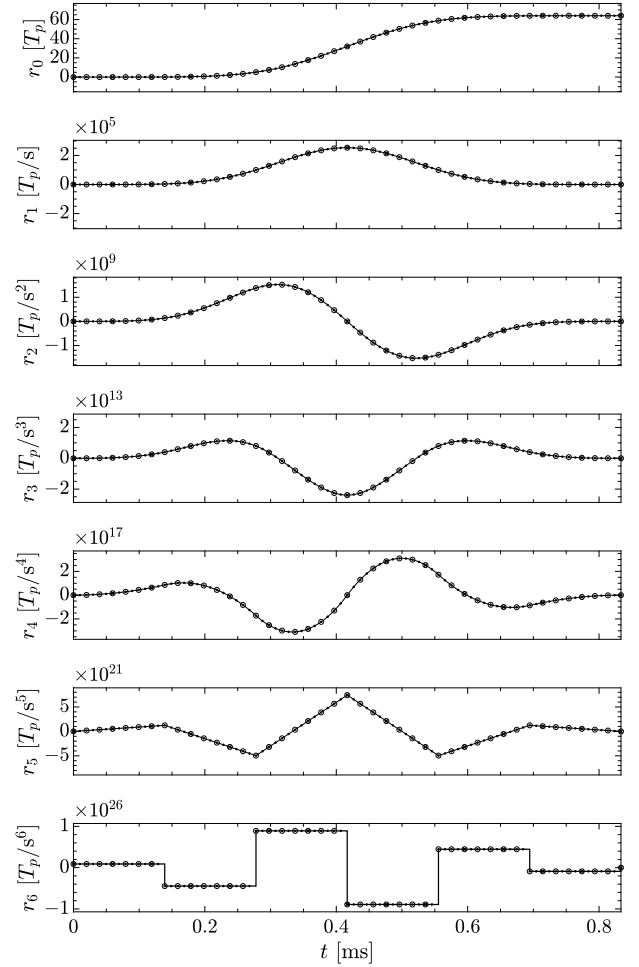


図6 連続時間6次多項式指令値とその微分値：(•)，(○)，(×)は $\frac{1}{2}T_s$ ， $\frac{2}{2}T_s$ ， $\frac{6}{2}T_s$ ごとのサンプル点をそれぞれ表す。

Fig. 6. Continuous-time 6th order polynomial trajectory reference and its derivatives. (•), (○), and (×) show sampling points every $\frac{1}{2}T_s$, $\frac{2}{2}T_s$, and $\frac{6}{2}T_s$, respectively.

4. 2段アクチュエータ HDD ベンチマーク問題におけるトラックシーク性能の検証

〈4・1〉 検証条件 和の分解と積の分解によるマルチレートフィードフォワード制御のトラックシーク性能を比較検証する。シークスパンを64トラック，目標シーク時間を $N = 42$ とし，連続時間6次多項式軌道から指令値 r とその微分値を図6のように設計する。図5に示すように，RTにおける1次，3次，7次のモードを含むVCMのモデル $\hat{P}_{cv}$ を $T_s/2$ の零次ホールドで離散化した P_{dv} を設計に用いる。

$$\begin{aligned} \hat{P}_{cv} &= \frac{3.8 \times 10^7}{s^2} \\ &+ \frac{-1 \times 3.8 \times 10^7}{s^2 + 2 \times 0.02 \times (2\pi \times 5300)s + (2\pi \times 5300)^2} \\ &+ \frac{-0.7 \times 3.8 \times 10^7}{s^2 + 2 \times 0.03 \times (2\pi \times 9600)s + (2\pi \times 9600)^2} \end{aligned}$$

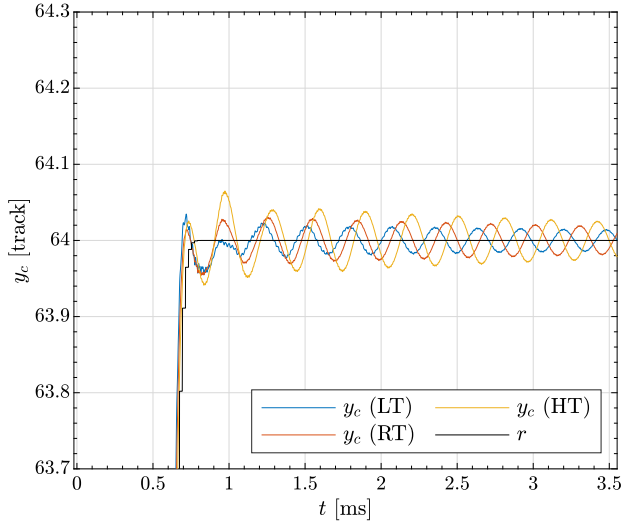


図7 外乱がない場合の和の分解によるマルチレートフィードフォワード制御における出力 y_c

Fig. 7. Output y_c in multirate feedforward control using additive decomposition without disturbances.

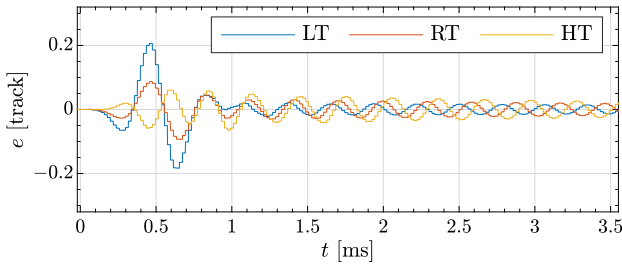


図8 外乱がない場合の和の分解によるマルチレートフィードフォワード制御における誤差 e

Fig. 8. Error e in multirate feedforward control using additive decomposition without disturbances.

$$= \frac{2.7 \times 10^7}{s^2} \times \frac{(-s + 5.3 \times 10^4)(s + 5.0 \times 10^4)(s^2 + 2.4 \times 10^3 s + 2.2 \times 10^9)}{(s^2 + 1.3 \times 10^3 s + 1.1 \times 10^9)(s^2 + 3.6 \times 10^3 s + 3.6 \times 10^9)} \quad (46)$$

また、図4に示すように、PZTのモデル $\hat{P}_{cp} = 1$ を $T_s/2$ の零次ホールドで離散化した P_{dp} を設計に用いる。ここで、 $\hat{P}_{cv}$ は非最小位相零点を持つため、完全追従制御を達成するためには、安定逆系の設計により生成される負時間の非因果的制御入力を用いる必要があることに注意されたい。

和の分解と積の分解のそれぞれにおいて、VCMのモデル P_{dv} の剛体モードに対してマルチレートフィードフォワード制御器を設計する。ただし、今回は $t=0$ 以降の指令値を用いるものとし、 $t=0$ より前の制御入力を $u_{vf} = 0$ とするため、非因果的制御入力の打ち切りにより完全追従制御は理論上達成されない。 $P_{dp} = 1$ より、それぞれの場合において生成したVCMのフィードフォワード制御入力 u_{vf} を P_{dv} に入力した場合の出力と指令値の差をPZTのフィードフォワード制御入力 $u_{pf} = r - P_{dv}u_{vf}$ とする。また、外乱 d_f , d_p , d_{RRO} がない場合とある場合について、それぞれ比較検証する。

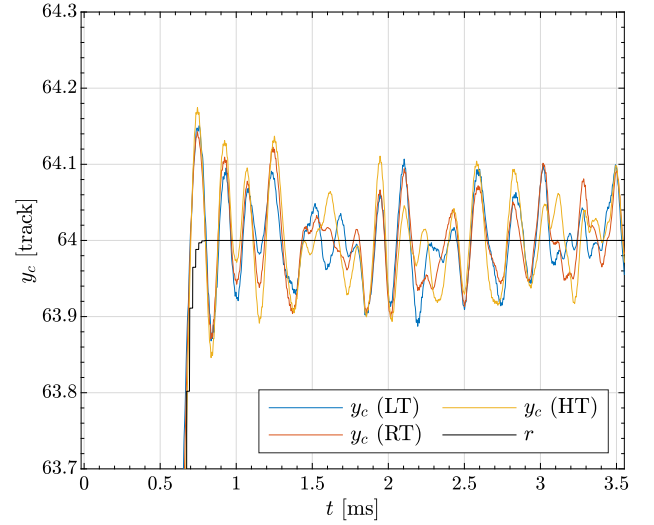


図9 外乱がある場合の和の分解によるマルチレートフィードフォワード制御における出力 y_c

Fig. 9. Output y_c in multirate feedforward control using additive decomposition with disturbances.

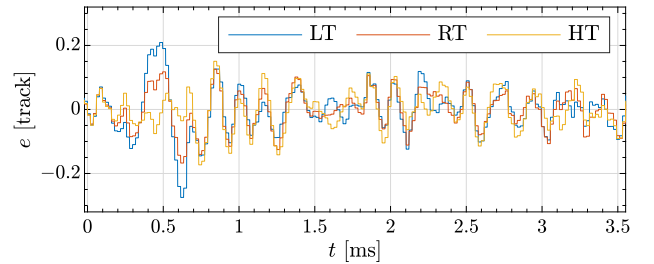


図10 外乱がある場合の和の分解によるマルチレートフィードフォワード制御における誤差 e

Fig. 10. Error e in multirate feedforward control using additive decomposition with disturbances.

〈4・2〉 検証結果 和の分解において、図7と図8に外乱がない場合の出力と誤差、図9と図10に外乱がある場合の出力誤差をそれぞれ示す。和の分解は、モデルに含まない他の共振モードを比較的励起しにくいことが確認できる。積の分解において、図7と図8に外乱がない場合の出力と誤差、図9と図10に外乱がある場合の出力誤差をそれぞれ示す。和の分解とほとんど同じ波形が得られたが、高次の共振モードを励起した波形が1ms前後に確認できる。

5. 結論

本論文では、2段アクチュエータHDDベンチマーク問題のトラックシーク制御において、和の分解と積の分解におけるマルチレートフィードフォワード制御を用いる場合のモデル化誤差に対するロバスト性能を検証した。高次モデルにおける計算誤差の低減や積の分解における適切なモード選択については今後の研究課題とする。

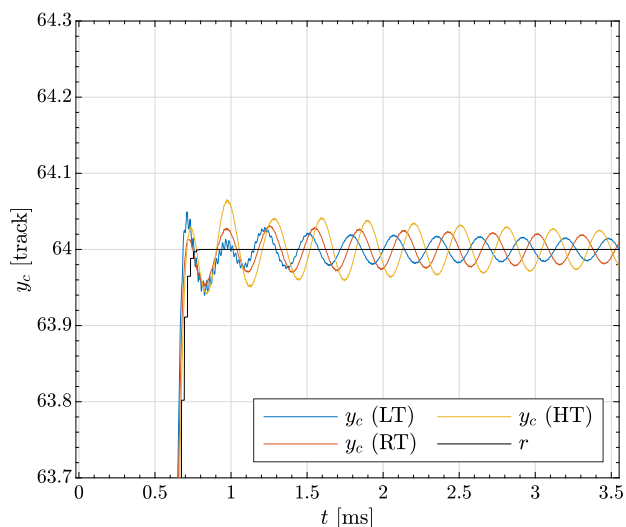


図 11 外乱がない場合の積の分解によるマルチレートフィードフォワード制御における出力 y_c

Fig. 11. Output y_c in multirate feedforward control using multiplicative decomposition without disturbances.

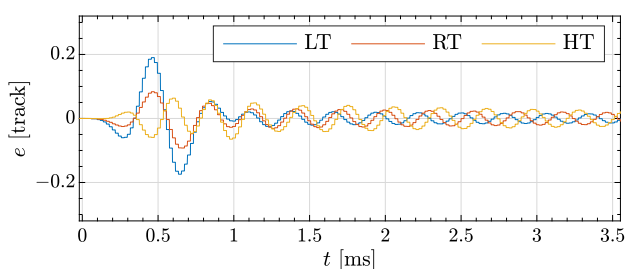


図 12 外乱がない場合の積の分解によるマルチレートフィードフォワード制御における誤差 e

Fig. 12. Error e in multirate feedforward control using multiplicative decomposition without disturbances.

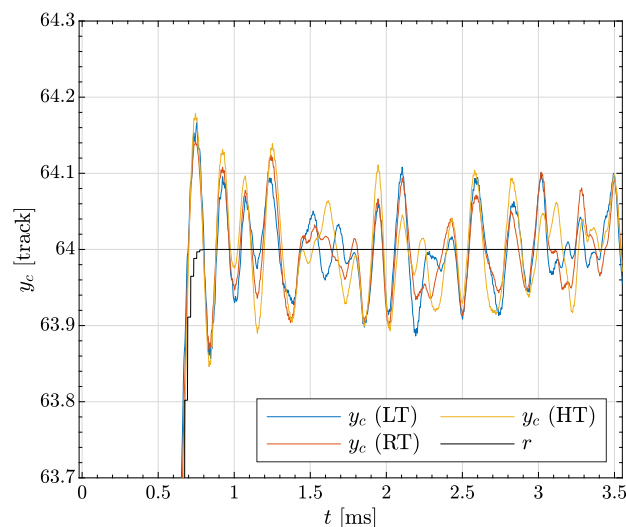


図 13 外乱がある場合の積の分解によるマルチレートフィードフォワード制御における出力 y_c

Fig. 13. Output y_c in multirate feedforward control using multiplicative decomposition with disturbances.

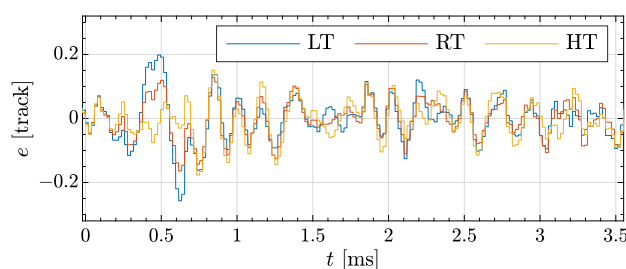


図 14 外乱がある場合の積の分解によるマルチレートフィードフォワード制御における誤差 e

Fig. 14. Error e in multirate feedforward control using multiplicative decomposition with disturbances.

文 献

- (1) 藤本博志, 堀洋一, 山口高司, 中川真介: マルチレートサンプリングを用いた完全追従制御法による磁気ディスク装置のシーク制御, 電気学会論文誌 D (産業応用部門誌), Vol. 120, No. 10, pp. 1157–1164 (2000).
- (2) 福島啓介, 藤本博志, 中川真介: 制振 PTC による磁気ディスク装置のショートスパンシーク制御, 電気学会論文誌 D (産業応用部門誌), Vol. 162, No. 1, pp. 66–72 (2008).
- (3) 平田光男, 長谷川辰紀, 野波健蔵: 終端状態制御によるハードディスクのショートシーク制御, 電気学会論文誌 D (産業応用部門誌), Vol. 125, No. 5, pp. 524–529 (2005).
- (4) 平田光男, 上野藤丸: 多項式入力型 FSC によるハードディスク装置のシーク制御, 電気学会論文誌 D (産業応用部門誌), Vol. 130, No. 3, pp. 277–282 (2010).
- (5) Ishikawa, J., Yanagita, Y., Hattori, T. and Hashimoto, M.: Head Positioning Control for Low Sampling Rate Systems Based on Two Degree-of-freedom Control, *IEEE Transactions on Magnetics*, Vol. 32, No. 3, pp. 1787–1792 (1996).
- (6) Hirata, M. and Tomizuka, M.: Short Track Seeking of Hard Disk Drives Under Multirate Control — Computationally Efficient Approach Based on Initial Value Compensation, *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, Vol. 10, No. 5, pp. 535–545 (2005).
- (7) Atsumi, T.: Feedforward Control Using Sampled-Data Polynomial for Track Seeking in Hard Disk Drives, *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, Vol. 56, No. 5, pp. 1338–1346 (2009).
- (8) Igarashi, K., Igarashi, R., Atsumi, T. and Nakadai, S.: Feedforward Control for Track Seeking Control in Hard Disk Drive with Sampled-Data Polynomial Based on Causal First-Order Hold, *IEEJ Journal of Industry Applications*, Vol. 13, No. 5, pp. 512–519 (2024).
- (9) Mae, M., Ohnishi, W. and Fujimoto, H.: Multirate feedforward control with mode decomposition for intersample performance in multivariable motion systems, *Control Engineering Practice*, Vol. 141, p. 105694 (2023).
- (10) Atsumi, T.: HDD Benchmark Problem for Track-Seek Control, <https://www.mathworks.com/matlabcentral/fileexchange/175619> (2025).